

カテーテルを用いた圧導出系の 周波数特性とその評価法

杵淵 嘉夫* 鈴木 利保*
山崎 陽之介* 山本 道雄*

要 旨

カテーテルの先端に加えられた力はカテーテル内の液体を媒体として受端に配置されたトランスデュサに伝わる。この過程で圧波形は様々な変形を受ける。波形歪を振幅の歪と位相の歪に分け、2次系の運動方程式を用いて、それぞれの歪が5%の許容誤差となる周波数特性の範囲を計算した。その結果を固有周波数と制動係数からなる2つのパラメータで記述し、系の特性を評価する目安とした。75 cm と 110 cm の長さの異なる7 F Swan-Ganz カテーテル系の周波数特性を実測し、それぞれ固有周波数は 12.7, 9.1 Hz, 制動係数は 0.24, 0.35 となり、許容誤差内で導出できる理論的な最高周波数は 2.9, 2.3 Hz と推定された。また、制動係数を最適値に調整すれば最高周波数はそれぞれ 6.6, 4.7 Hz と推定された。直接導出した肺動脈圧波形の周波数成分は心拍数を基本波とし、その5倍程度の周波数成分まで分布しており、198 bpm (3.3 Hz) と 80 bpm (1.3 Hz) のとき、それぞれ 16.5, 6.7 Hz に相当した。これらの値は使用した Swan-Ganz カテーテルの許容できる周波数帯域を超えており、波形の歪ないしは鈍り減少が存在すると推定された。

はじめに

カテーテルを介して導出した圧波形が振動したり、歪んだり、あるいは丸みを帯びて鈍化する現象をしばしば経験する。カテーテルの先端に加え

られた力(圧力)はカテーテル内の液体を媒体としてトランスデュサの受圧膜を押し、電気量に変換される。圧力の伝搬は、液体質量の慣性、液体の移動による粘性およびトランスデュサを含むカテーテル系の弾性による3つの力と平衡しながらなされるので、この過程で圧波形は様々な変形を受ける。これらの波形の歪は値の大きさの変化(振幅)と波形の遅れ量の変化(位相)の2つが重なって起こる。本稿では、力の平衡式から導かれる固有周波数と制動係数の2つのパラメータを用いて、振幅と位相の両面から波形歪の許容できる限界を定める方法について述べ、臨床で使用されている Swan-Ganz カテーテル系の特性を評価した結果について報告したい。

1. カテーテルの関数モデルとその周波数特性

カテーテルの先端に加えた圧力はカテーテル内の液体質量の慣性、粘性による摩擦およびカテーテル系の弾性による3つの力と平衡する。この形の運動方程式は2次の微分方程式で表される応答系として解析されている。通常、この系の入力 p と出力 x の関係を $x=G \cdot p$ の形で表し、関数 G の様々な特性が明らかにされている。ここでは、 G を関数で表したカテーテルのモデルと考えることができる。関数 G は次式で表わされる(式の誘導については付録を参照)。

$$G=1/\{1-(\omega/\omega_n)^2+j2\zeta(\omega/\omega_n)\}$$

$$=1/(1-u^2+j2\zeta u) \quad (1)$$

ここに、 ω_n は固有(角)周波数、 ζ は制動係数である。 $u=\omega/\omega_n$ とすると、 u は固有(角)周波数で正規化した角周波数である。なお、通常の周波

*東海大学医学部麻酔科

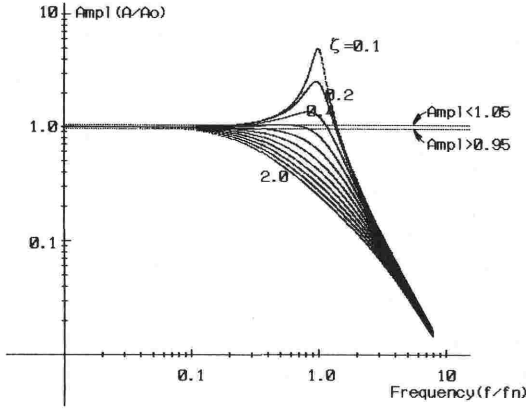


図1 振幅の周波数特性 ζ を0.1~2.0, u を8.0まで変化させたときの振幅の周波数特性を示す。縦軸は振幅の大きさを正規化して表し ($u=0$ のときを1とする), 横軸は正規化周波数である。2次系の特性を明示するため, 両軸とも対数目盛りで表した。振幅1.05と0.95に相当する2つの直線は振幅誤差が±5%以内となる許容範囲を表している。

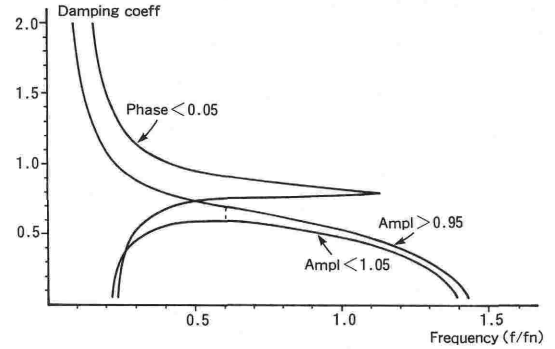


図2 正規化周波数と制動係数で表した誤差の許容範囲 横軸は正規化周波数を, 縦軸は制動係数を表す。図1において, 2つの直線が各々の振幅特性と交わる点の周波数 u を ζ に対してプロットすると図の $Ampl < 1.05$ と $Ampl > 0.95$ で示した2つの曲線が得られる。同様に, 図3において, 曲線が各々の位相特性と交わる点の周波数 u を ζ に対してプロットすると $Phase < 0.05$ で示した曲線が得られる。2つの領域の重なる部分が振幅誤差と位相誤差の両方を許容し得る範囲となる。詳細は本文を参照。

数を f とすると, $\omega = 2\pi f$ である。また, j は虚数単位を表し $j^2 = -1$ である。

(1) 振幅の周波数特性

導出した圧波形の振幅の大きさは式1の絶対値 A に等しく,

$$A = 1 / \{ (1 - u^2)^2 + 4\zeta^2 u^2 \}^{1/2} \tag{2}$$

となる。図1は ζ が0.1~2.0の範囲で, u を8.0まで変化させたときの振幅の周波数特性である。縦軸は周波数が0のときの振幅を1として正規化した振幅を表し, 横軸は固有周波数を1として正規化した周波数である。両軸とも対数目盛りで表した。 ζ が0.7より小さいと, 振幅は周波数の増加とともに増大し, 固有周波数よりやや低い周波数のときにピークとなる。この周波数が共振周波数である。 ζ が0.7より大きいと共振はみられない。図中の振幅1.05と0.95に相当する2つの直線は振幅誤差が±5%となる限界を表している。各々に対して振幅の周波数特性がこの2つの直線と交わる点の周波数 u を求め, ζ と u の関係をプロットすると図2の $Ampl < 1.05$ と $Ampl > 0.95$ で示した2つの曲線が得られる。2つの曲線で囲まれた領域が振幅の誤差5%以内となる ζ と u の組合せの範囲である。例えば, $u = 0.3$ のときは $\zeta = 0.45 \sim 0.88$ が許容範囲である。

(2) 位相の周波数特性

先端に加えた圧波形と導出した圧波形の位相差 Φ は式1の虚数部と実数部の比の正接を求めると,

$$\Phi = \tan^{-1} \{ -2\zeta u / (1 - u^2) \} \tag{3}$$

となる。図3は ζ が0.1~0.6, u が0~2.0の範囲で求めた位相の周波数特性である。縦軸は位相角の大きさを表し, 負号は位相の遅れ(導出した圧波形は先端のそれより遅れる)を示す。横軸は正規化周波数である。各々に対して $u = 1.0$ のとき, つまり周波数が固有周波数に等しいとき, 常に $\Phi = -90$ 度である。周波数の増加とともに Φ は -180 度に漸近する。周波数の増加と位相遅れの増加が比例するとき(両者が比例関係にあるとき, 例えば周波数が2倍変化すると位相角も2倍変化する), 波形は無歪のまま伝わる。そこで, 各々に対して比例誤差 ($u = 0$ と 0.05 間の位相変化を比例定数 θ とし, $\Phi = \theta \cdot u$ と式3で計算した Φ との差) が±5%に相当する周波数 u を求めると, 図中の曲線が得られる。この曲線で囲まれた領域が位相歪の許容しうる範囲である。前項と同様に, 各々に対する u の値を図2にプロットすると $Phase < 0.05$ で示した曲線が得られる。

曲線で囲まれた低周波側の領域が位相の比例誤差 5%以内となる ζ と u の組合せの範囲である。例えば、 $u=0.3$ のときは $\zeta=0.54\sim 1.13$ が許容範囲である。

(1)項と(2)項から明らかなように、図2の2つの領域の重なる部分が振幅誤差と位相誤差の両方を許容し得る範囲を示している。カテーテル系の固有周波数 f_n と制動係数 ζ を実測したとき、 ζ に

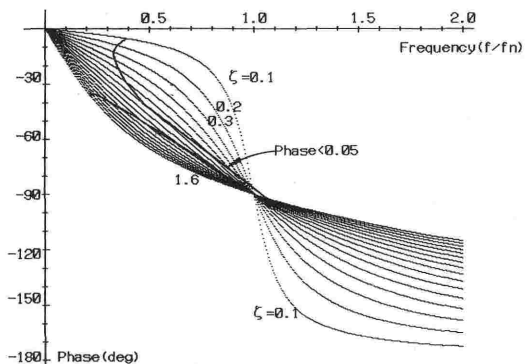


図3 位相の周波数特性 ζ を0.1~1.6, u を0~2.0の範囲で求めた位相の周波数特性を示す。縦軸は位相角の大きさを表し、横軸は正規化周波数である。 $u=1.0$ のとき、常に $\Phi=-90$ 度である。 u の増加とともに Φ は-180度に漸近する。図中の曲線は5%の許容誤差で Φ が u に比例する範囲を表す。詳細は本文を参照。

相当する横線がこの領域と交わる u の値は、その系が忠実に導出できる最も高い周波数 $f_h=u \cdot f_n$ を表している。あるいは、忠実に導出したい上限の周波数 f_h が与えられたとき、 $u=f_h/f_n$ に相当する縦線とこの領域との交点が ζ のとりうる値の範囲である。詳細は4章で検討する。

2. 実験方法

(1) 周波数特性の測定

Swan-Ganz カテーテルの周波数特性を実測する。図4の実験系のダイアグラムを示す、パーソナルコンピュータ (PC9801, NEC) によって制御された発振器 (OSC-2L, Japan Circuit Design) の出力をパワーアンプを介してスピーカ (P5160, Fostex) に加え、スピーカの振動をペローズを介してトランスデュサドーム (2種: TA1011D, Spectramed Medical products/1295C, Hewlett Packard) の受圧膜に伝えて圧源とした。振動の周波数は Swan-Ganz カテーテルの周波数特性の上限を考慮して 1~30 Hz とした。材質と形状が同じで有効長 75 cm と 110 cm の長さの異なる2つの Swan-Ganz カテーテル (407-75/407-110, B. Braun) を測定の対象とした。カテーテルをトランスデュサドームの圧出口に固定し、もう一つの圧出口にレファレンス用のトランスデュサ (P50, Spectramed Medical pro-

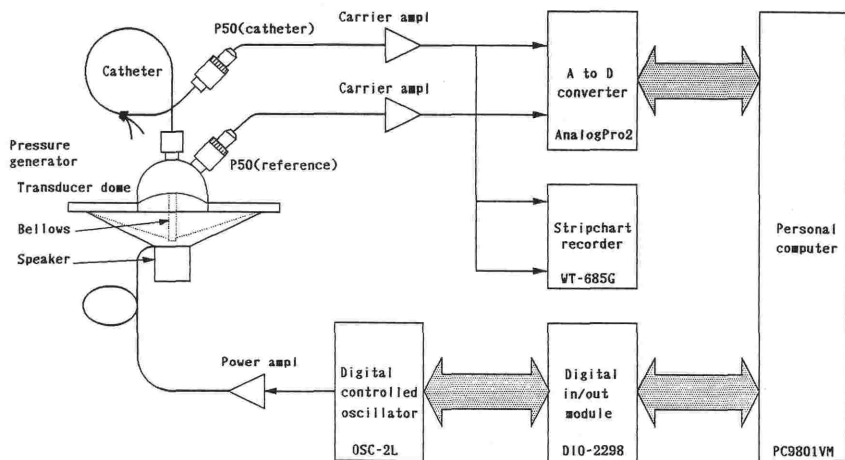


図4 測定系ブロックダイアグラム 左側はスピーカ、ペローズおよびドームからなる圧源を示す。ドームにカテーテルとレファレンス用トランスデュサを接続し、2つの圧信号を増幅器とAD変換器を介してコンピュータに入力する。発振周波数とその圧レベルおよび振幅と位相の周波数特性の計算は全てコンピュータによって処理される。

ducts) を接続した。カテーテルの他端に同型のトランスデューサを接続し、ドームおよびカテーテルを生理食塩水で充填した。気泡のないことを確認した後、増幅器と12ビット AD 変換器 (Analog ProII, Canopus Electronics) を介してそれぞれの圧出力をコンピュータに読み込んだ。AD 変換器のサンプリング間隔は 30 Hz における位相の測定誤差を 1 度以下に保つため 80 μ sec (12.5 kHz) まで可変とした。プログラムにより、2 つの圧信号の振幅比とゼロクロス時の位相差を求め、低周波から順に周波数を変えて振幅および位相の周波数特性を算出した。周波数特性をナイキスト線図で表すと、周波数特性が縦軸 (虚軸) と交差する点の周波数は固有周波数を表し、交点の縦軸の長さを L とすると制動係数は $1/(2L)$ に等しくなるので (式の誘導については付録を参照)、ナイキスト線図とともに CRT へ出力した。実測した固有周波数と制動係数を図 2 にプロットし、周波数特性上の限界について評価する。

(2) 肺動脈圧波形の周波数成分の測定

先端トランスデューサ型 Swan-Ganz カテーテル (PT-157J, Goodtec) を肺動脈に挿入し圧波形を直接導出し、その周波数成分を分析する。体重 10~14 kg の雑種成犬 3 頭を用い、ペントバルビタール 50 mg で麻酔導入後、笑気・酸素で麻酔を維持した。動脈ラインを確保した後、大腿静脈を切開し、Swan-Ganz カテーテルを挿入した。圧の導出は図 4 上部の圧導出系と同じ系を使用した。硫酸アトロピン 0.5 mg を投与して心拍数 180 以上の頻脈を作成、ついでネオスチグミン 2 mg を投与して心拍数 90 以下の徐脈を作成し、それぞれ循環状態の安定したときの圧波形をデータレコーダ (A67, SONY) に収録した後、周波数分析を行った。分析法は上述のパーソナルコンピュータに組み込んだ高速フーリエ変換法 (Fast Fourier Transform, FFT) による。1 回のサンプリング時間は 10.24 sec とし、連続する約 62 秒間について、6 回の平均をとった。また余弦テーパ関数を用いてデータの切取りによる誤差成分を補正した。求めた周波数成分の分布を(1)項で求めた Swan-Ganz カテーテルの固有周波数で正規化した後、図 2 にプロットすると、系を介した波形の歪を評価することができる。

3. 結果

(1) Swan-Ganz カテーテルの周波数特性

図 5 に 2 つの Swan-Ganz カテーテルの周波数特性をナイキスト線図で示した。外側のループが 75 cm, 内側が 110 cm の特性である。図の右側の実軸上 1.0 の点が周波数 0 に相当し (実測はしていない)、ループに沿って時計回りに周波数は増加する。ループ上の点と原点との距離が振幅の大きさを、その直線が実軸となす角が位相差を表す。2 章で述べたように虚軸と交わる点の性質から固有周波数は 75 cm と 110 cm について、それぞれ $f_n=12.7, 9.1$ Hz, 制動係数は $\zeta=0.24, 0.35$ である。この結果を図 2 にプロットすると、 $\zeta=0.24$ と 0.35 に相当する横線が領域の境界と交わる点の周波数の値はそれぞれ $u=0.23, 0.25$ である。したがって、2 つのカテーテルが忠実に導出できる最も高い周波数は $f_h=u \cdot f_n$ よりそれぞれ 2.9, 2.3 Hz となる。もし、制動係数を変えることができる装置 (例えば Accudynamic^R, Sorenson) をそれぞれの導出ラインに挿入して $\zeta=0.7$ 近傍に調整すれば $u=0.52$ となり、それぞれ 6.6, 4.7 Hz の周波数が得られる。この 2 つのカテーテルを用いて導出できる理論上の最高周波数である。

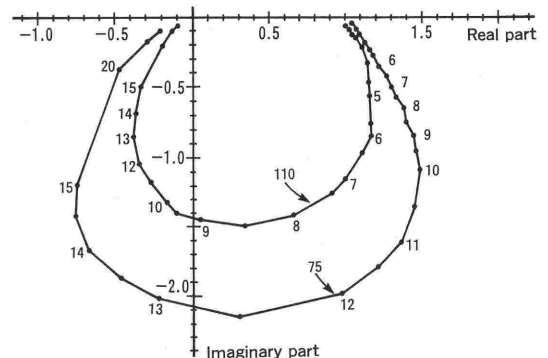


図 5 Swan-Ganz カテーテルの周波数特性 (ナイキスト線図) 外側のループが 75 cm, 内側が 110 cm の Swan-Ganz の周波数特性を示す。実軸上 1.0 の点が周波数 0 に相当し、ループに沿って時計回りに周波数は増加する。ループが虚軸と交わる点の性質から固有周波数は 75 cm と 110 cm について、それぞれ $f_n=12.7, 9.1$ Hz, 制動係数は $\zeta=0.24, 0.35$ である。詳細は本文および付録を参照。

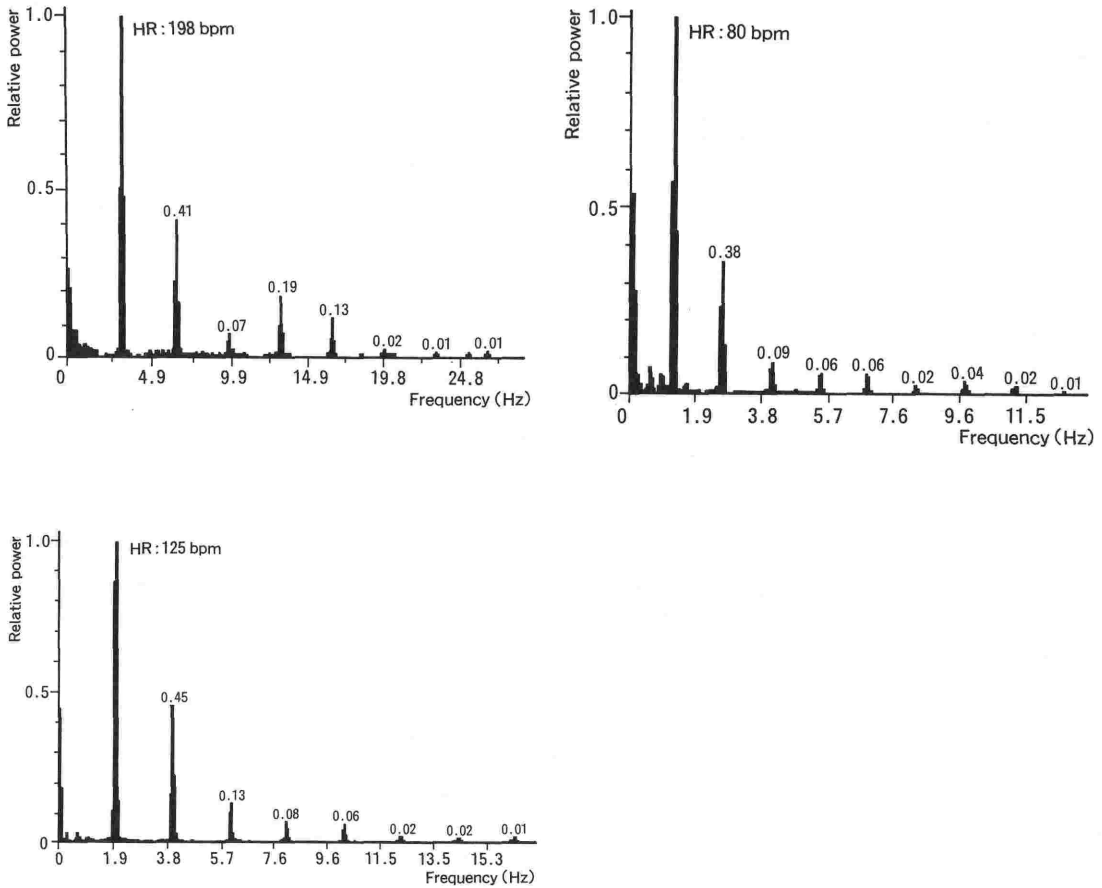


図6 肺動脈圧波の周波数成分の分布 縦軸は基本波成分（心拍数）の大きさを1として正規化した成分の大きさを表し、横軸は周波数である。それぞれ心拍数198、125および80 bpmのときの肺動脈圧波形の周波数成分を示す。主要な成分は基本波成分の概ね5倍まで（パワ比5%以上）広がっている。

(2) 肺動脈圧波形の周波数成分

図6にそれぞれ平均心拍数 198 bpm (3.3 Hz), 125 bpm (2.1 Hz) および 80 bpm (1.3 Hz) のときの肺動脈圧波の周波数成分を示す。縦軸は基本波成分（心拍数）の大きさを1として正規化した成分の大きさを表し、横軸は周波数である。基本波の大きさの5%以上を有効な波形成分とすれば、それぞれ基本波の5倍に相当する16.5、10.4および6.7 Hz まで広がっているこれらの値を前項で求めたカテーテルの固有周波数で正規化すると、75 cm の場合はそれぞれ $u=1.29, 0.82$ および 0.53 となり、110 cm の場合はそれぞれ $u=1.81, 1.14$ および 0.74 となる。これらの u の値は全て図2の領域外の値である。つまり、測定に使用したカテーテルはいずれも5倍の高調波成分を忠実に

に導出することはできない。前項で求めた2つのカテーテルの理論上の最高周波数はそれぞれ 6.6 Hz と 4.7 Hz であったから、心拍数が高い場合にはカテーテルの帯域限界を超え、波形の歪が生ずると推定される。

4. 考 察

図7は図5の結果をボーデ線図（振幅と位相の周波数特性）に書き換えたものである。それぞれ、図1と3に示した曲線群の1つに類似している。振幅特性の高い周波数帯の減衰が概ね -12 dB/oct の直線に乗り、位相特性が共振点の近傍で -90 度を超え、周波数の増加と共に -180 度に漸近する。これらの特徴は圧導出系が2次の応答系でモデル化できることを示しており、Fry¹⁾,

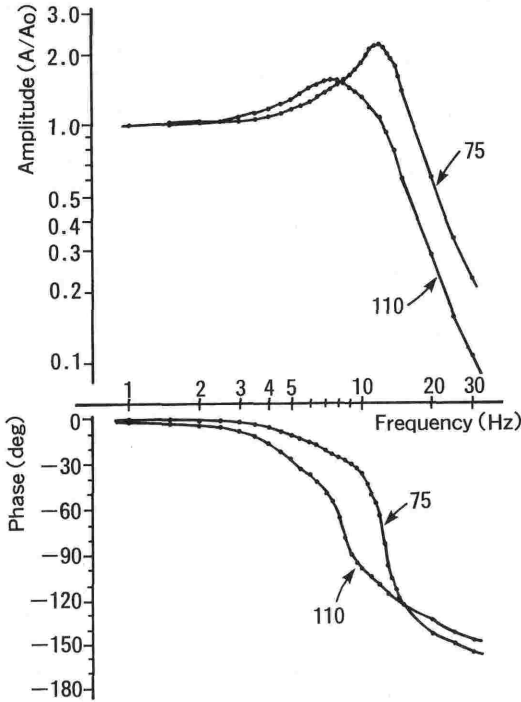


図7 振幅と位相の周波数特性（ボデ線図） 横軸は周波数、縦軸はそれぞれ振幅と位相を表す。データは図5と同じである。図1および図3と比較すると、制動係数が0.2~0.3近傍の特性と類似している。Swan-Ganz カテーテルの周波数特性が2次系のモデルに従うことを示している。詳細は本文を参照。

笹本²⁾、Geddes³⁾ によって解析されている。臨床に使用されている様々なカテーテル系の実測値についても多数の報告がある³⁻¹¹⁾。我々の得た結果もこれらの報告と概ね一致している^{6,8,10,11)}。これらの報告では、制動係数と固有周波数を共振周波数と共振振幅から算出するか、in vivo で過渡特性の減衰振動から算出し、これらのパラメータと周波数特性が平坦である上限の周波数との関係について触れている。制動係数を調整することができる装置によって、共振現象を抑え、平坦な帯域を延ばす工夫も報告されている^{7,10)}。図2の $Ampl < 1.05$ と $Ampl > 0.95$ で示した2つの曲線に囲まれた振幅誤差5%の許容領域の形は Hipkins⁷⁾ の計算した結果と同じである。しかし、高い周波数側に細長く湾曲した領域は広い周波数成分に対して不安定となるから、事実上無効領域である。カテーテルの圧導出系では固有周波数よ

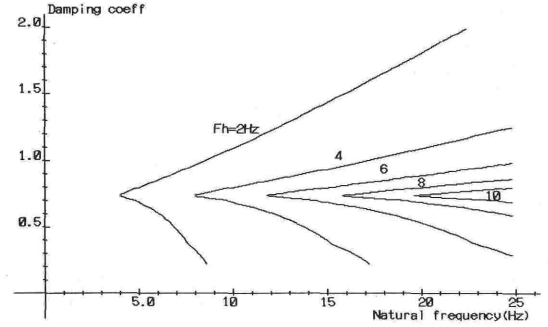


図8 固有周波数と制動係数で表した誤差の許容範囲 横軸は固有周波数を、縦軸は制動係数を表す。忠実に導出できる最高周波数 f_h を得るための固有周波数と制動係数の範囲を示している。実測した系の固有周波数と制動係数を図上にプロットすることによって、どの程度の周波数成分まで忠実に導出できるか、あるいは制動係数を調節すべきか等を簡単に知ることができる。

り高い周波数帯を使うこともあり得ない。この意味では2つの曲線に囲まれた領域は図中の破線の部分が“開いて”おり、振幅特性のみによる系の評価は不十分であることを示している。

位相特性が波形の歪に及ぼす影響について触れた報告は少ない^{1,10,13)}。すでに述べたように位相特性が周波数に対して比例関係にあれば波形の歪は生じない¹⁾。図3の $Phase < 0.05$ で示した領域は比例誤差を5%以内と仮定したが、3章で求めたように対象波形の基本波成分が高調波成分に比べて相対的に大きく、かつ周波数成分の広がりが比較的狭い場合を想定した。位相の許容領域は $\zeta = 0.7 \sim 0.8$ の近傍で高周波側に向かって鋭いピークを持つ“閉じた”形を成しているから、波形の歪だけを重視する場合には ζ を調整だけで充分である。ただし、Gersch¹⁰⁾ も指摘するように他のバイタルサインとのタイミング関係には注意が必要である。図から明らかなように、振幅特性の良さや位相特性の良さとは必ずしも両立せず、2つの領域が重なる“閉じた”領域が振幅誤差と位相誤差の両方を許容し得る範囲となる。

すでに述べたように、図2からカテーテル系の固有周波数 f_n と制動係数 ζ が与えられると、その系が忠実に導出できる最も高い周波数 f_h とそのときの ζ の上限値と下限値を知ることができる。そこで、 f_h を低い周波数から順に変化させた

とき、 f_h に対する ζ の範囲の変化を求めると図 8 が得られる。 f_h がパラメータである。横軸は固有周波数 f_n を、縦軸は制動係数 ζ を表し、 $f_h = 2 \sim 10$ Hz のとき、それぞれ 2 つの曲線で囲まれた領域が与えられた f_h に対する ζ の範囲を示している。我々が実測した 75 cm と 110 cm の Swan-Ganz カテーテルの場合、 f_n はそれぞれ 12.7, 9.1 Hz であった。例えば $f_h = 4$ Hz の場合、 $f_n = 12.7$ Hz では、 ζ を 0.57~0.87 の範囲に調整すれば同成分を導出することができるが（限界値は先に述べた 6.6 Hz である）、 $f_n = 9.1$ Hz では、 ζ を 0.71~0.78 の狭い範囲に調整しなければならない（限界値は先に述べた 4.7 Hz である）ことを示している。 f_h と心拍数との関係については、3 章の結果が示すように心拍数の 5 倍程度が f_h と考えればよい。このように、実測した系の固有周波数と制動係数を図 8 上にプロットすることによって、どの程度の周波数成分まで忠実に導出できるか、あるいは制動係数を調節すべきか等を簡単に判断することができる。Gardner⁶⁾ はアナログシュミレータを用いて動脈圧波形の変形の程度を視察によって判別し、図 8 に類似した f_n と ζ の組合せによる適領域について報告している。彼は心拍数が平均 94 bpm と dp/dt が最も大きいと判断した平均 118 bpm の 2 つの適領域を作成したが、図 8 では周波数成分毎に、つまり、心拍数毎に適領域を作成することも可能である。言い替えると、我々が求めた図 8 は彼の報告に対して理論的な根拠を与えたと考えることができよう。

カテーテル先端型トランスデューサによって直接導出した肺動脈圧波形の周波数成分は、心拍数に相当する基本波の 5 倍程度まで高い周波数成分を含んでいる。この結果は 5% の振幅成分を基準とした目安である。圧波形自体にも様々な様態があり、もっと高い周波数帯に大きな成分を観測する場合も少なくはない。また、視察による観察では基本波の 4 倍程度でも十分と見なせる場合もある。いくつかの部位から導出した動脈圧波形の周波数成分については基本波の 6~8 倍の成分を持つとされているが^{10, 12, 14, 15)}、これらと比較すれば肺動脈圧は原波形自体はやや鈍い波形である。Patel¹⁴⁾ が指摘するように動脈系の圧波は血管系のインピーダンス分布の影響を受け、高い周波数成分を失いやすいためである。高い周波数成分が

少ないことは Swan-Ganz カテーテルにとっては好ましいことではある。しかしながら、3 章で示したように、理論的には通常 Swan-Ganz カテーテルでは忠実な波形の導出は難しい。波形の導出を目的とする場合には短いカテーテルか、先端にトランスデューサのあるカテーテルを選択しなければならない。

文 献

- 1) Fry, D. L.: Physiologic recording by modern instruments with particular reference to pressure recording. *Physiol Rev* 40:753-788, 1960.
- 2) 笹本 浩, 沖野 遥, 藤咲喜一他: 電気血圧計(その 1). *医学のあゆみ* 32:692-697, 1960.
- 3) Geddes, L. A.: The direct and indirect measurement of blood pressure. Year Book Medical Publishers, 1970, pp. 49-66.
- 4) 笹本 浩, 沖野 遥, 藤咲喜一他: 電気血圧計(その 2). *医学のあゆみ* 32:744-751, 1960.
- 5) Kleinman, B.: Understanding natural frequency and damping and how they relate to the measurement of blood pressure. *J Clin Monit* 5:137-147, 1989.
- 6) Gardner, R. M.: Direct blood pressure measurement-dynamic response requirements. *Anesthesiology* 54:227-236, 1981.
- 7) Hipkins, S. F. et al.: Experimental analysis of catheter-manometer systems in vitro and in vivo. *Anesthesiology* 71:893-906, 1989.
- 8) Rutten, A. J. et al.: An assesment of six different pulmonary artery catheters. *Crit Care Med* 15:250-255, 1987.
- 9) Rothe, C. F. et al.: Measuring systolic arterial blood pressure: Possible errors from extension tubes or disposable transducer domes. *Crit Care Med* 8:683-689, 1980.
- 10) Gersch, B. J.: Measurement of intravascular pressures, The circulation in anaesthesia: Applied physiology and pharmacology. Edited by Prys-Roberts C. Blackwell Scientific Publications, 1980, pp. 511-518.
- 11) Runciman, W. B. et al.: An evaluation of blood pressure measurement. *Anaesth Intensive Care* 9:314-325, 1981.
- 12) Milnor, W. R.: Pulsatile blood flow. *N Engl J Med* 287:27-34, 1972.
- 13) 鳴谷亮一, 望月政司, 金井 寛編: 循環系の力学と計測. コロナ社, 1986, pp. 157-166.
- 14) Patel, D. J. et al.: Harmonic analysis of pressure pulses obtained from the heart and great vessels of man. *Am Heart J* 69:785-794, 1965.
- 15) Patel, D. J. et al.: Pressure-flow relationships in the ascending aorta and femoral artery of man. *J Appl Physiol* 20:459-463, 1965.

付録 2次系の諸式の誘導

2次系の一般式を

$$(1/\omega_n^2) \cdot d^2x/dt^2 + (2\zeta/\omega_n) \cdot dx/dt + x = p$$

で表し、両辺にラプラス変換を施すと

$$G(s) = X(s)/P(s) = \omega_n^2 / (s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s + \omega_n^2)$$

となる。s はラプラス演算子、X(s) と P(s) は x と p のラプラス変換である。左辺の G(s) がラプラス変換で表わした伝達関数である。s に j ω を代入すると G(j ω) は周波数特性を表し、

$$G(j\omega) = \omega_n^2 / \{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n \cdot (j\omega) + \omega_n^2\} \\ = 1 / \{(1-u^2) + j2\zeta u\}$$

ここに、 $u = \omega/\omega_n (= f/f_n)$ である。G(j ω) の実数部 R と虚数部 J は

$$R(u) = (1-u^2) / \{(1-u^2)^2 + (2\zeta u)^2\}$$

$$J(u) = -2\zeta u / \{(1-u^2)^2 + (2\zeta u)^2\}$$

である。ナイキスト線図は u の変化に対して R と J の値を複素平面にプロットした軌跡である。

G(j ω) の絶対値 A と位相差 Φ は

$$A(u) = (R^2 + J^2)^{-1/2} = 1 / \{(1-u^2)^2 + 4\zeta^2 u^2\}^{1/2}$$

$$\Phi(u) = \tan^{-1}(J/R) = -\tan^{-1}\{2\zeta u / (1-u^2)\}$$

である。A は振幅の周波数特性、 Φ は位相の周波数特性である。u=1 のとき、つまり、周波数が固有周波数に等しいとき、

$$R=0, J=1/(2\zeta)$$

となる。R=0、つまり、軌跡が虚軸と交差するときの周波数が固有周波数であり、そのときの虚軸の値は 1/(2 ζ) に等しい。また、このとき

$$\Phi = -\tan^{-1}(\infty) = -\pi/2 (= -90^\circ)$$

となり、位相差は ζ によらず -90度 に等しくなる。

An Assessment of frequency Characteristics of the Fluid-Filled Catheter-Manometer system

Yoshio Kinefuchi, Toshiyasu Suzuki
Yonosuke Yamasaki and Michio Yamamoto

Department of Anesthesiology, Tokai University School of Medicine

Various distortions in wave forms are inevitable in a catheter-transducer hydraulic system. The amplitude may be exaggerated or damped and the wave may lag behind producing phase distortions, that is, delayed zero-crossing points. Solving the second-order kinetic equation to which these distortions are known to obey, we calculated the ranges of frequencies compatible with errors limited within a 5% band. These data were then rearranged to construct a two-parameter chart, namely natural frequencies and damping coefficients, so that acceptable ranges in these parameters of any catheter-manometer systems may be mapped out. As an example, we measured the frequency characteristics of two Swan-Ganz pulmonary artery catheters of the same size (Fr 7) with different length, 75 and 110 cm respectively, and determined the natural frequencies (12.7 and

9.1 Hz) and damping coefficients (0.24 and 0.35). Referring to this chart, the maximal high frequency these catheters would be able to reproduce without excessive distortions can be predicted to be 2.9 and 2.3 Hz. Further improvement in high frequency response can be expected on the chart, with adjustment of damping coefficient to the optimal value, to stretch to 6.6, 4.7 Hz. Pulmonary artery wave forms obtained in the laboratory or at bedside consist of frequency components up to 5 times the heart rates and the maximal frequencies were found to be 16.5 Hz with HR 198 bpm (3.3 Hz) and 6.7 Hz with HR 89 bpm (1.3 Hz) respectively. These values were outside of the ranges of frequencies these catheters were capable of reproducing wave forms with acceptable distortions.