

循環制御系におけるカオスとフラクタル

山家 智之* 仁田 新一*
田中 元直* 吉沢 誠**

I. はじめに

古代バビロニアの天地創造の神話の中では、混沌は女神ティアマトと呼ばれており、全ての秩序を生み出す女神といわれていた¹⁾。しかしながら多くの秩序の神が生まれるにつれてティアマトは秩序にいら立って怒り出し、秩序と混沌の戦いが巻き起こったと言われている。この神話にも見られるように、古代から混沌と秩序の関係は、天地創造に関わる多くの国々の多くの神話の礎となっている²⁾。

さて、古より脈拍等の血行動態時系列曲線は正常な状態では規則的なものと考えられており、生体の恒常性保持機能の代表的なひとつと考えられてきた。Cannonらは、生理機能系は「機能の変動をできるだけ減らすようにして、一定のレベルに保つように作動するのが常である。」と報告している³⁾、生体恒常性の原理からすると心拍数や血行動態の変動は、外乱に対する単なる一時的な反応であり、速やかに元の定常性に戻らねばならないということになる。

近年の非線形数学理論の発達に伴って、この「生体の恒常性」という概念は重大な挑戦を受けている。一例を挙げると24時間心電図にて観察された心拍変動は全く定常的なものではなく、様々な時間スケールでみると幾何学的フラクタルのような自己相似性を持つ時系列曲線を呈しており、時差相関法による位相面表示ではカオス的な挙動を示

すという報告等が行われ、心拍変動に関しては恒常性が存在しないのではないかという推論もある⁴⁾。

本稿では循環制御系において近年注目されつつある、決定論的カオスとフラクタル次元を応用した解析法の試みについて、我々の実験結果を中心に概説する。

II. カオスとフラクタル

カオスとは決定論的な無秩序性であり、数学的には力学系の位相軌道が周期的でない場合をいう⁵⁻⁸⁾。すなわち決定論的に時間変化するにも関わらず、その変動が常に不安定であり、その軌道は位相空間内の固定点、または周期軌道に漸近することなく、ある有限な領域内に strange attractor を形成するものである⁸⁾。

時系列曲線におけるこのようなカオス的挙動の検出は背後に存在する決定論的力学系の存在を示唆するものであり、時系列曲線を形成するシステムの同定に有益な情報をもたらすことになる⁹⁾。従って制御工学的な解析が可能となり、多方面からの定性的、定量的なアプローチを行なうことが可能となる。更に、位相空間上における attractor の再構築により、軌道の banding 及び forbidden zone を求めることが出来るので位相空間上に埋め込んだ時系列曲線の近未来の挙動の範囲の予測が可能となるものと期待される⁸⁾。

位相空間内に再構築された strange attractor

*東北大学加齢医学研究所臓器病態研究部門病態計測制御分野

**豊橋技術科学大学知識情報工学系

はフラクタルの特徴を持つことが知られている⁸⁾。フラクタルとは自己相似性を有するものであり、自己相似性とは部分を拡大すると全体と同じような構造になる性質のことである。カオスを代表とする非線形力学系の折り畳み曲線はこのような特徴を持ち、分数次元のフラクタル構造を持つことが知られている。

Ⅲ. カオス attractor の力学的再構築

時系列曲線の背後にある非線形位相力学的な挙動を観察するためには高次元位相空間内に力学系を再構築し、その attractor を再現する必要がある。決定論的カオスの attractor は、周期的なシステムや乱雑な系とは異なる特徴を持つといわれている。

すなわち

- ① 決定論的な方程式に従いながら周期性がない。
- ② カオス的なシステムは初期値に鋭敏に依存する。
- ③ カオス的な挙動は位相空間内において比較的狭い範囲に収束する。
- ④ カオス的な挙動は明確な軌跡を描く。

等の特徴を持つと言われている⁸⁾。

生体の循環制御システムのように複雑な非線形系の力学を解析するために、attractor の力学的再構築を行なうには、解析法の選択が重要となる。代表的な手法としては、①phase plane plots, ②return maps, ③poincare sections, ④fractal dimensions, ⑤spectral analysis, ⑥embedding technique, 等がある⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾。

Fig. 1 に、phase plane plots による periodic system の力学的再構築を示す。横軸に Amplitude を取り、縦軸に dp/dt を取って状態空間内の位相面表示を行うものである¹¹⁾。Fig. 2 に再構築した麻酔開胸犬の大動脈圧波形時系列曲線を示す。カオス的な attractor に特徴的な軌道の分裂と¹²⁾、banding, forbidden zone 等が観察され、比較的低次元のカオスの特徴が明確に表われている。しかしながらこの phase plane plots は非常に観測雑音に弱いのが特色で、この例でも bifurcation した軌道が観測雑音に埋もれて明確に抽出されていない。

Fig. 3 に、return map により求めた周期性、

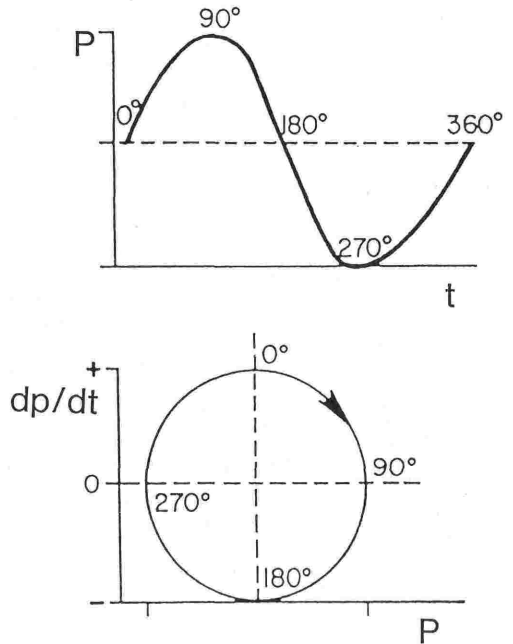


Fig. 1 Linear (undamped) oscillator in time domain and phase space. In the phase plane plot of the amplitude p is plotted against its first derivative (dp/dt). Since the signal is periodic the trajectory forms a limit cycle in the phase space.

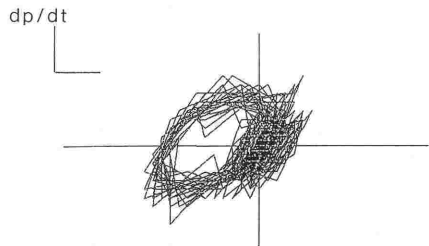


Fig. 2 Phase plane plots of the arterial blood pressure waveform in an adult mongrel dog. Bifurcation of the attractor was shown, and banding and forbidden zone are observed.

カオス、更に random な系の attractor を提示する。時系列曲線の上の、一定の時間遅れの後の値を plot している。最も簡単な attractor は位相空間内の特定の点である。これは減衰振動のように、いつも単一状態に落ち着くような力学系であり、特異点近傍の位相空間ではあらゆる軌道がこの一点に収束する⁵⁾。sign curve のような周期運動は

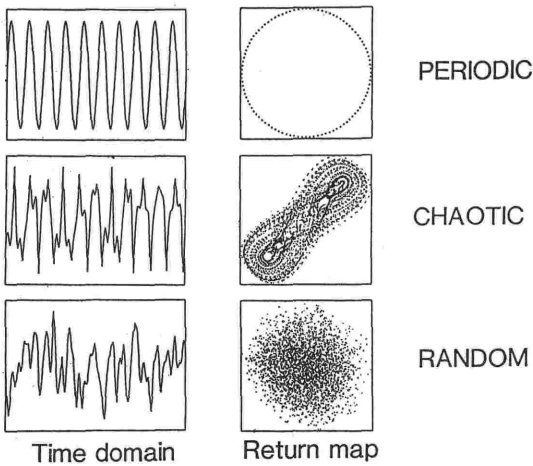


Fig. 3 Analysis of the Periodic, Chaotic and random system by the use of the return map. Return maps represents the relation between a given point in a time series plotted on the x axis, and the next point in the time series plotted on the y axis.

位相空間内ではある領域を囲む閉括線 (limit cycle) となる⁵⁾。この attractor の近傍の位相空間では、軌道は円又は楕円軌道など規則的の道筋を辿る。random な系においては力学的な軌道は attractor を描かず、背後の Gaussian white noise を反映して無構造となる⁸⁾。カオス的な系を反映する位相空間上の attractor は strange attractor と呼ばれる⁵⁾。これらは定常的でもなく、周期的でもない系を表しており、strange attractor 近傍の位相空間では、ほぼ同一の初期条件から出発した二つの軌道は短い時間間隔では互いに遠ざかる発散状態にあるが、長い時間軸での軌道を見ると、まったく異なる2つとなっていることが知られている¹³⁾。

Fig. 4 に大動脈圧波形の return map を提示する。banding, forbidden zone を示すカオス的な特長が明らかとなっているが、折り返し点での力学的構造の再構築が不十分で、軌道が明確になっていない。これは更に高次元の力学系の存在を示唆するものであり、より高次元の力学系再構築の必要性を示唆している。

IV. 時差相関法による高次元位相空間表示

高次元力学系再構築法の代表的なひとつとして

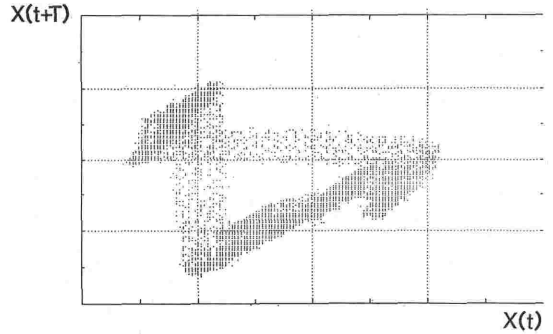


Fig. 4 Return maps of the arterial blood pressure waveform. Banding and forbidden zone, consistent with a chaotic system, was shown.

時差相関法による位相空間表示がある⁹⁾¹⁰⁾。この解析法では経時的に変化する独立な変数の値の軌跡を求めることになる。Takens らは「どの要素の時間変動も、それと相互に影響し合う他の要素によって決定される」ことを数学的に証明しているが¹⁰⁾、この理論によると関係する要素の情報はただひとつの要素の履歴の中に秘められていることになる。すなわち「同値の」位相空間を形成するためにはただ一点を追跡し、あらかじめ決められた時間間隔の後の数値を他次元の量としてあつかえば良いという位相空間再構築法の原理が示されたことになる (Fig. 5)¹³⁾。この手法は流体力学における長年の懸案であった「乱流の発生機序」の問題解明等、多くの時系列曲線の解析に大きく

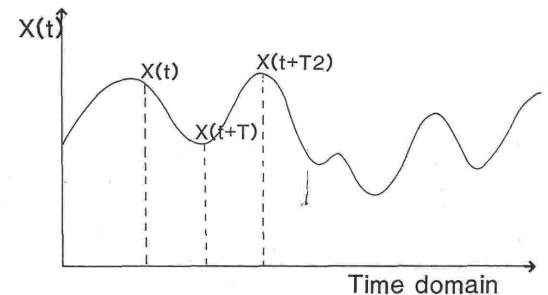


Fig. 5 Schematic illustration of the reconstruction technique in phase space. The dimension of the attractor is the number of independent quantities needed to specify a point on the attractor. We define the k-th order conditional probability distribution of a coordinate x, as the probability of observing the value x given that x_1 was observed time t after, x_2 was observed time 2t after, and so on.

貢献している¹⁰⁾。このように位相空間における力学的再構築を行うことにより、自然界の様々な分野において決定論的カオスの存在を示唆する attractor が検出され、注目されつつある。

このような高次元力学系を対象とした、非線形動力学を応用したアプローチは科学における発展において最も強力な方法論のひとつであった微視的還元論に対する「全体論」として脚光を浴びつつある¹⁴⁾。全体論とは系の個々の構成要素に還元できないものの存在を主張する立場であり、因果論的再構成を元にした現象の決定論的予言力の不可能性を論じている¹⁴⁾¹⁵⁾。系の様々のスケールにおける力学的情報の流れが構造的に完全には把握し切れない以上、還元論を批判する立場はおのずと説得力を持ちつつあり、新しいパラダイムを求める研究が魅力的な対象として浮上しつつある現在、全体論的解析は最も注目される方法論となりつつある^{12,13)}。

本研究では、生体における循環系の時系列曲線がどのような力学的性質を保持するのか非線形的な数学理論を応用して評価し、背後にある心血管系制御システムを「全体論」的に究明することを目的としている。そこで血行動態時系列曲線を高次元の位相空間に埋め込み、その topological な構造の再構築を行った。

心血管制御システムのような複雑な系は、全ての独立変数を解析したり測定したりすることはまず不可能である。そこで得られた血行動態時系列曲線を時差相関法を用いて位相空間に埋め込み、力学的な挙動の解析を行った。時差相関法の求め方を Fig. 5 に提示する¹⁶⁾¹⁷⁾。すなわちある時点における変数値を微小時間経過後の変数に対して plot してゆくのである。このような各時刻における2つの変数値の時系列は、その系の進化を記述する曲線または軌道を描くことになる。系の力学が周期的かカオス的かあるいは乱雑なものかを判別するにはいくつか異なる初期条件にて軌道を求め、位相空間の attractor、すなわち軌道を引き込むような部分領域を捜すのである⁵⁾。位相空間内の力学系においては、軌道が時間と共にある領域に近付いて行き、十分長い時間の後に軌道がその領域内に留まる時、そのような漸近的な最小領域を attractor と呼んでいる。attractor 内の軌道は力学方程式の漸近解となる⁸⁾。

V. 高次元位相空間に埋め込んだ血行動態時系列曲線 attractor

Takens らの手法に準じ、血行動態時系列曲線の位相空間への埋め込みを行なった。return map より埋め込み次元を挙げ、3次元空間へ埋め込んだ大動脈圧波形を Fig. 6 に提示する。3次元で solid な torus が観測されるが、torus が折れ曲がる area における挙動が clear に観測できず、更に高次の力学系が存在することを示唆している。

しかしながら我々が観測できる空間的な限界は3次元までなので、時系列曲線を4次元空間に展開した上で、parallel projection の手法により3次元空間に投影し¹³⁾¹⁶⁾、attractor を再構築して Fig. 7 に提示する。有意の banding と forbidden zone の存在が確認され、更に複雑な attractor が clear に再現され、solid な torus が存在し、折れ曲がり点にて旋回する構造も再構築され、ほぼ topological には満足な attractor が得られた。従って、大動脈圧波形に関してはほぼ4次元の力学系で位相空間上の再構築が可能なものと思われた。

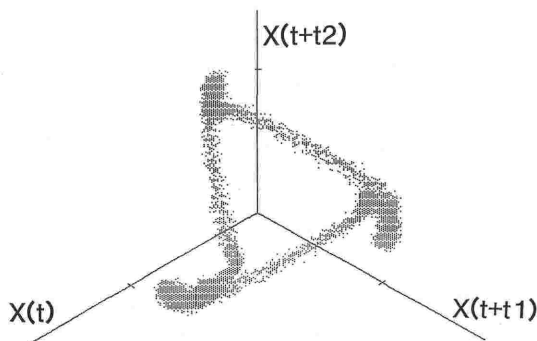


Fig. 6 Phase portrait of the arterial blood pressure waveform embedded into three dimensional phase space. Banding and forbidden zone, consistent with a chaotic system, was shown.

VI. 主成分分析による高次元位相空間力学系再構築

Topological な構造を clear に再現するには、attractor を見易い方向に座標変換する必要がある。主成分分析は、主成分と呼ばれる無相関な変数の組を与える元の変数の直交変換を見出す方法であって、主成分は重要度の順番に誘導される。これ

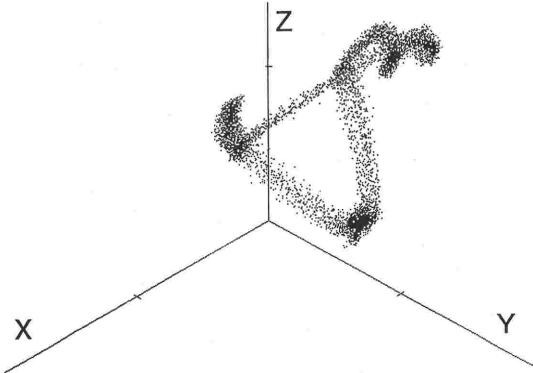


Fig. 7 Phase portrait of the arterial blood pressure waveform embedded into four dimensional phase space and projected into three dimensional phase space.

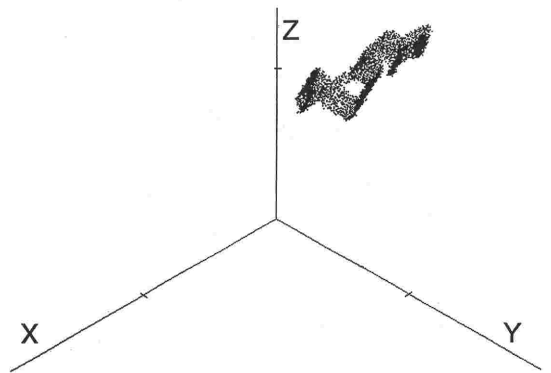


Fig. 8 Phase portrait of the arterial blood pressure waveform embedded into four dimensional phase space and projected into three dimensional phase space according to the principal component score.

らの主成分は元の変数の線形結合である。第1主成分によって元のデータ変動の大部分の説明がつき、その結果データの次元が目に見えて減るようであれば、次元の低減化に役立つと同時に attractor の断面等を詳細に調べる上で有効と思われる。

血行動態時系列曲線を用い、4次元の位相次元において、最も有意の位相次元を計測して有意の力学系を大きなベクトルで再構築するために主成分分析により座標軸転換を行った。Fig. 7 の大動脈圧時系列曲線を例にとるとそれぞれの座標軸における主成分の固有値が約1.81, 1.69, 0.82, 0.43となるので、有意の力学系はほぼ3つであり、4次元位相空間への埋め込みはほぼ位相力学的に満足なものと考えられる。そこでこの4つを主成分の大きさに応じて X, Y, Z, W, に主成分変換し、3次元空間上に投影して Fig. 8 に示す。高次元位相空間内における位相力学的な構造が最も見易い形に表示されていることがわかる。

Ⅶ. リアプノフ指数による初期値依存性の計測

カオスの重要な特長にその初期値依存性がある。即ち高次元位相空間内に再構築された strange attractor 近傍では、ほぼ同一の初期条件から出発した二つの軌道は短い時間間隔では互いに遠ざかる発散状態にあるが、長い時間軸での軌道を見ると、まったく異なる2つとなっていることが知られている。リアプノフ指数は、位相空間内の近接した軌道が時間と共に離れてゆく程度を

表わす指標である。時刻 t における軌道間の距離を $d(t) = d(0) \exp(\lambda t)$ で表わす時、リアプノフ指数は λ で表わされる。ここで、 $d(0)$ は $t=0$ における軌道間の距離である。位相空間の次元が N の場合にはリアプノフ指数も N 個存在するが、このうち最大のリアプノフ指数が正であることがカオスの定義の一つとして用いられる。Fig. 7 の大動脈圧時系列曲線を例にとりリアプノフ指数を計算すると、Fig. 9 に示すように最終的に正に収束するリアプノフ指数よりこの位相空間軌道の初期依存性は明らかであり、カオスの特徴が明らかとなった。

Ⅷ. 高次元位相空間内における血行動態時系列曲線のフラクタル次元

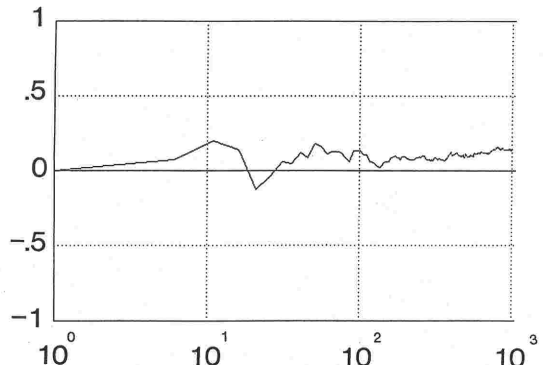


Fig. 9 Lyapunov exponent calculated from the arterial blood pressure waveform.

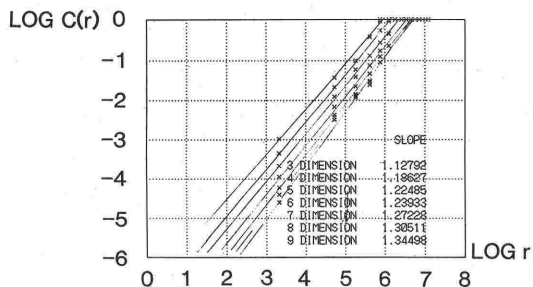


Fig. 10 Fractal dimension of the arterial blood pressure waveform.

決定論的カオスの特徴を持つ高次元位相空間内の strange attractor はフラクタルの特性を持つことが知られている。フラクタルとは自己相似性を有するもので、その特徴を抽出するために、フラクタル次元を求める手法が注目されている。フラクタル次元とはその自己相似性に注目してフラクタルの特徴を表わす指標であり、以下のような求め方がある¹⁹⁾。

- ① 阻視化の割合を変える方法
- ② 測度の関係より求める方法
- ③ 相関関数より求める方法
- ④ 分布関数より求める方法
- ⑤ スペクトルより求める方法

カオスを代表とする非線形力学系の折り畳み曲線においては位相空間内での strange attractor を特徴づける次元の大きさを知ることは、実際にカオス的な挙動を生み出している力学系の動的機構を記述するのに必要な独立変数の個数の目安を知るうえで有用である。

strange attractor のフラクタル次元の計算には③の相関関数を用いる手法が一般的である¹⁷⁾。相関次元は相関積分を用いて求められ、空間にランダムに分布している量の座標 x における密度 ρ を相関積分より求めた場合、分布がフラクタルであれば相関関数 $C(r)$ はべきの形となることが知られており、べきの指数よりフラクタル次元を求めることが可能となる。Fig. 7 の strange attractor よりフラクタル次元を求めると Fig. 10 に示すように、4次元空間上では相関次元は約1.18となった。従ってこの strange attractor は分数次元のフラクタル特性を持つカオス的な構造を持つ

ていることが証明された。また位相次元 m の多様体は $2m+1$ のユークリッド空間に埋め込み可能であると報告されており、従ってこの strange attractor は4次元位相空間内に十分埋め込み可能なものと考えられた。

IX. 考 察

決定論的カオスは非線形の力学系における普遍的な現象の一つであり、その存在はポアンカレ等により既に指摘されてきたが、近年、自然科学における秩序形成や乱流化といった非線形系に特有の現象が注目されるとともに、カオスのもつ予測不可能性と超限的不安定性が脚光を浴びつつある^{13,14)}。特にノイマン型処理では現実的処理時間では対応し切れない場合などに決定論的カオスを応用した非線形数学理論は極めて重要である¹⁴⁾¹⁵⁾。第5世代コンピュータの設計における neural network 関連の研究等に多く用いられつつある上に、中枢神経系における情報処理過程にカオス的な時系列曲線が発見され²²⁾、カオス的な過程は生体における本質的なものに関わる普遍的なものではないかという検討も行われつつある⁶⁾。

非線形動力学と情報処理の間に存在する類似性は指摘されてから久しい。しかしながら、あるカオスを含む非線形動力学系(情報処理系)を取り上げて、その入出力関係を考えると、カオスを含む系においてはその intrinsic な性質として入力側の観測不能なずれが、出力側に有意の影響を及ぼすために、本質的には制御不能の系である¹⁴⁾。それが情報処理系及び制御系としてみた場合、大きな困難を生じせしめているのであるが、比較的単純なルールから極めて複雑な動学的運動状態をもたらすという面で新しい可能性を示唆するものである⁶⁾。また全体の制御は不可能でも部分的な制御は可能であり、さらにその分岐構造とカオスから発生する力学的情報を、分岐パラメータの比較的単純なルールに基づくパラメータダイナミクスにより制御を行ってこれを利用することにより従来のノイマン型情報処理の限界に挑戦する手法も報告されつつある¹⁴⁾¹⁵⁾。すなわち系の主要なパラメータを少数個取り上げて、それを変化させることにより、ある分岐構造を持った動学的状態が実現されるが、これにより記憶単位の連鎖あるいは融合、更にはカオスによる力学的

情報の発生を含めた情報処理機構が具現化される可能性があるのである¹⁴⁾。生体の制御系は非常に *parameter* が多く、自由度が大きく、時間遅れが大きい系で、かつ多数の並列制御を行なっているため、普通のノイマン型処理を用いたのでは発振してしまい、*parameter* が発散して恒常性が破綻するのもいわれている²¹⁾。従って簡単な決定論的な方程式に従いながら、複雑な挙動を示し、かつある一定の範囲に軌跡が収束するカオス的な制御システムは生体制御系として望ましいものの一つであると報告されている²¹⁾。

カオス的な挙動を呈する系は、システム自体が因果律に従って決定論的に挙動するにも関わらず非常に複雑な振舞いが生ずる結果、将来の予測が確率で捕らえられず、不確定となる現象であり、いわば決定論的非決定とでも言うべき状態である²³⁻²⁸⁾。従ってその予測可能性には基本的限界があるものの、その背後にある法則性、規則性が示唆される面で、全く乱雑な系とは異なる面がある⁸⁾⁹⁾。最近、記憶に関連して、中枢神経回路内の臭覚神経のインパルスの解析により、臭覚を認識する以前の臭覚細胞はランダムな発火を呈しているが、新たな匂いの負荷により、臭覚細胞はカオス的な発火パターンを呈し、更に臭覚を記憶すると、*limit cycle* のパターンに変化する現象が観察され報告されている²²⁾。従って新たな入力を認識するという過程においてカオス的な過程が参画する可能性が示唆され、中枢内における「認識」という現象がカオス的なものではないかという議論が行われている⁹⁾。

このように認識と記憶の過程がカオス的なものであるという可能性は、本研究の実験結果とも合わせ、循環系における血行動態の恒常性が何らかのメモリ機構に依存する可能性を示唆するものと推測される。即ち生体の血行動態がある一定の範囲に納まるといふ恒常性の問題は、外乱に対して一定に収束しようという *limit cycle* 的な動特性ではなく、ある範囲の *attractor* に軌道が引き込まれるというカオス的なダイナミクスが基礎となっている可能性があるものと示唆された。Tsuda らは指尖脈波を位相空間内に埋め込んで *strange attractor* を抽出しており、その身体状況や精神状態への依存性について検討している¹³⁾。血行動態時系列曲線の *strange attractor* を *mediate* する

循環制御系が *attractor* の構造に影響しているものと考えれば、本研究で示した手法により、カオス理論による循環制御系の全体論的解析が可能となるものと期待される。

X. ま と め

生体における循環制御系について非線形数学理論を用いて検討するため循環動態の時系列曲線を位相空間内に埋め込んで解析を加えた。その結果、大動脈圧波形を4次元空間内に埋め込んだ時に最も *clear* な *attractor* が得られ、背後にある4次元の力学系の存在が示唆された。更に相関次元及び主成分解析の手法を用い、その *attractor* のフラクタルの特性がほぼ4次元位相空間内に再構築可能であることが数学的に証明され、かつリアプノフ指数の計算により、この時系列曲線が決定論的カオスの特色を持つことが示された。この手法によりカオス理論を用いた循環制御系の全体論的解析が可能となるものと期待される。

文 献

- 1) Briggs, J., Peat, F. D.: *Turbulent Mirror; An illustrated guide to chaos theory and the science of wholeness.* Diamond, Tokyo, 1991.
- 2) 有馬朗人: 混沌. 東京大学出版会, 東京, 1991.
- 3) Goldberger, A. L., Rigney, D. R., West, B. J.: *Chaos and fractals in human physiology.* *Sci Am* 259:35-41, 1990.
- 4) Goldberger, A. L., West, B. J.: *Applications of nonlinear dynamics to clinical cardiology.* *Ann NY Acad Sci* 504:195-213, 1987.
- 5) Crutchfield, J. P., Farmer, J. D., Packard, N. H., Shaw, R. S.: *Chaos.* *Sci Am* 255:46-57, 1986.
- 6) 竹山協三: カオス. 裳華堂, 東京, 1991.
- 7) Lorenz, E. N.: *Deterministic nonperiodic flow.* *J Atmospheric Sci* 20:130-41, 1963.
- 8) Denton, T. A., Diamond, G. A., Helfant, R. H., Khan, S., Karaguezian, H.: *Fascinating rhythm: A primer on chaos theory and its application to cardiology.* *Am H J* 120:1419-1440, 1990.
- 9) 津田一郎: カオスの脳観. サイエンス社, 東京, 1990.
- 10) Takens, F.: *Detecting strange attractor in turbulence.* In Dold A, & Eckmann B, Eds. *Lecture notes in mathematics.* Springer-Verlag Tokyo, pp. 366-381.
- 11) Pinsky, H. M., Bell, J.: *Phase plane description of endogenous neuronal oscillators in aplysia.* *Biol Cyb* 39:211-221, 1981.
- 12) Guevara, M. R., Glass, L., Shirier, A: *Phase locking, period-doubling bifurcations, and irregular dynamics in periodically stimulated cardiac cells.*

- Science 214:1350-1354, 1981.
- 13) Tsuda, I., Tahara, T., Iwanaga, H.: Chaotic pulsation in human capillary vessels and its dependence on mental and physical conditions. *Int J Bifurc & Chaos* 2:313-24, 1992.
 - 14) 奈良重俊, Davis, P., 東辻浩夫: 神経回路網におけるカオスのダイナミクスを用いた情報処理と学習. *NLP* 91-9. 17-24, 1991.
 - 15) 長島知正, 永井義則, 萩原利彦, 土屋 尚: 時系列データ解析とカオス. *計測と制御* 29: 839-846, 1990.
 - 16) Miyazaki, K., Ishihara, K.: Four dimensional graphics—Towards high dimensional CG. *Asakura-Shoten*. 1989.
 - 17) 高安秀樹: フラクタル科学. 朝倉書店. 東京, 1987.
 - 18) 合原一幸: カオス—カオス理論の基礎と応用. サイエンス社. 東京, 1990.
 - 19) 高安秀樹: フラクタル. 朝倉書店. 東京, 1986.
 - 20) Albert, D. E.: Chaos and the ECG: Fact and fiction. *J Electrocardio* 24(suppl):102-106, 1991.
 - 21) 武者利光, 沢田康次: ゆらぎ, カオス, フラクタル. 日本評論社, 東京, 1991.
 - 22) Skarda, C. A., Freeman, W. J.: How brains make chaos in order to make sense of the world. *Behavioral & Brain Sci* 10:161-195, 1987.
 - 23) Goldberger, A. L., West, B. J.: Applications of nonlinear dynamics to clinical Cardiology. *Ann NY Acad Sci* 504:195-213, 1987.
 - 24) Chialvo, D. R., Jalife, J.: Non-linear dynamics of cardiac excitation and impulse propagation. *Nature* 330:749-52, 1987.
 - 25) Goldberger, A. L., Rigney, D. R., Mietus, J., Antman, E. M., Greenwald, S.: Non-linear dynamics in sudden death syndrome: heartrate oscillations and bifurcations. *Experientia* 44:983-987, 1988.
 - 26) Ritzberg, A. L., Adam, D. R., Cohen, R. J.: Period multupling—evidence for non-linear behavior of the canine heart. *Nature* 307:159-61, 1984.
 - 27) Chen, P. S., Wolf, P. D., Dixon, E. G., Danieley, N. D., Frazier, D. W., Smith, W. M., Edeker, R. E.: Mechanism of ventricular vulnerability to single premature stimuli in open chest dogs. *Circ Res* 62:1191-1209, 1988.
 - 28) Winfree, A. T.: Sudden cariac death: a problem in topology. *Sci Am* 248:144-161, 1983.

Chaos and Fratalis in Circulation Control System

Tomoyuki Yambe*, Shin-ichi Nitta*

Motonao Tanaka* and Makoto Yoshizawa**

*Department of Medical Engineering and Cardiology, Division of Pathophysiology, Institute of Development, Aging and Cancer Tohoku University

**Department of Knowledge-based Information Engineering, Toyohashi University of Technology

In order to analyze the cardiovascular regulatory system, nonlinear mathematical techniques were used to describe graphically the hemodynamic parameters behavior. By the use of the methodology of the embedding, arterial blood pressure waveform was embedded into the four dimensional phase space and three dimensional phase space. Four dimensional

phase space is proved to be enough by the correlation dimension analyzing technique and the principal component score. The results suggest that the cardiovascular control system may be the higher order system, suggesting dynamics compatible with deterministic chaos.

Key words: Chaos, Fractal, Embeddings, phase plane plots, Lyapunov exponent, Correlation dimension