

総説

血管(円筒管)内を流れる液体の流動を考える

谷口 興一*

はじめに

レオロジー rheology は、“物質の流動 flow と変形 deformation を取扱う科学である”，と Reiner によって定義されている。rheo はギリシア語の $\rho\epsilon\omega$ に相当し、流れという意味であり、logy ($\lambda\omicron\gamma\omega$) は学であるから直訳すると流れ学である。中国では流動と変形の頭文字をとって流変学と呼んでいるが、我が国では便利な片仮名があるのでレオロジーと称している。また、生体を取扱う場合はバイオレオロジー biorheology、血液を取扱う場合はヘモレオロジーと呼ばれている。流動曲線が原点を通る直線を呈するのはニュートン流体であるが、このほかに各種の流動特性(流動曲線)を示す非ニュートン流体がある。血液は、ニュートン流体である血漿の中に血球を含む懸濁液である。したがって、当然のことながら、血液は非ニュートン性を示し、降伏応力を有する流体である。しかし、

血液は生物であり、血球の大きさ・形状・変形能、赤血球集合、ヘマトクリット(Ht)、血漿の性状、温度などの様々な条件によって、流動特性は変化する^{1~4)}。昔から Casson 流体や Bingham 流体などが、血液に最も近い流体として用いられてきた。円筒管内における各種流体モデルの流動の差異を比較して、血液モデルとして、どのような状態のときにどの流体モデルが適しているかということを考えてみる必要がある。

粘性(粘度)

粘性(粘度)viscosity とは、流体の“流れやすさ、または流れにくさ”を表わす物質定数である。2個の平板 A と B を平行に固定し、A を H から H'まで力 F によって距離 Δx を一定の速度 u で動かせば、A 板と B 板の間に層流が生じる(図1)。AB 間の流体が A に平行な定常流であるとき、Couette の流れという。ずり作用が行われている面積を S

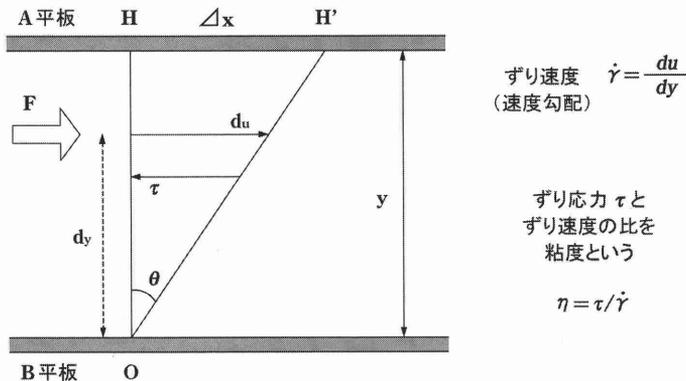


図1 粘性の定義

B 平板を固定し、力 F により A 平板を H から H'まで距離 x を速度 u で動かせば、両板の間に層流が生じる。ずり作用が行われている面積を S とすれば、ずり応力 τ は $\tau = F/S$ で示される。

*群馬県立心臓血管センター 総長

とすれば、ずり応力(剪断応力) shear stress τ は式(1)で表わすことができる。

$$\tau = -F/S \dots\dots\dots(1)$$

また、ずり速度(剪断速度) shear rate は、図1の0点から距離 dy だけ離れた部分の流体が両板に平行に流れる線速度、速度勾配である。これを e_{xy} とすれば、式(2)で表わせる。

$$e_{xy} = \frac{du}{dy} \dots\dots\dots(2)$$

一方、ずり応力 τ はずり速度に比例するので、式(3)で示すことができる。

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} = \eta \frac{dr}{dt} = \eta e_{xy} \dots\dots\dots(3)$$

この比例定数 η が粘度である。したがって、粘度は次式で示すことができる。

$$\eta = \frac{\tau}{e_{xy}} = \frac{\tau}{du/dy}, \text{ または } \tau = \frac{e_{xy}}{\eta} \dots\dots(4)$$

流動変形量を γ とすれば、 $\dot{\gamma}$ は変形速度であるから、次式で表わせる。

$$\dot{\gamma} = \frac{dr}{dt} = \frac{1}{dt} \left(\frac{\partial \Delta x}{\partial y} \right) = \frac{1}{dy} \left(\frac{\partial \Delta x}{\partial t} \right) = \frac{du}{dy} \dots\dots(5)$$

当然のことながら、ずり応力 τ はずり速度 $\dot{\gamma}$ に比例する。したがって、ずり速度 $\dot{\gamma}$ はずり応力 τ の関数であり、式(6)で表わすことができる。

$$\dot{\gamma} = f(\tau) \dots\dots\dots(6)$$

一方、単位について検討すると、 dr/dt は変形速度であり、 $1/dt(\partial \Delta x/\partial y)$ における $\partial \Delta x/\partial y$ は無次元であるからずり速度の単位は sec^{-1} である。国際単位による粘度の単位は Pascal second (Pa·s) である。1Pa·s = 1Kg/m·sec = 1000g/100cm·sec = 10g/cm·sec = 10mPa·sec となるので、通常は mPa·sec を用いる。これが Newton の第2法則である。

血液が血管内を流れることは流動変形であり⁵⁾、血液が流動することの物理的特質を表わすのが流動特性である。粘性の本体は流体の流動における内部摩擦抵抗、すなわち、流体が剪断応力を受けるとき剪断応力に抵抗する性質である。また、流体を構成する分子やイオン間の引力、および相隣分子の相互運動における運動量交換作用を抑制せんとする抵抗、すなわち、分子運動に基づく剪断抵抗である。流動している物質を構成する分子

やイオンは、ある間隔をもって連続的な迂り運動を行っている。流体が示す剪断抵抗の大部分は分子の凝集力に基因する。これが流体の粘性の大部分を占めている。温度が上昇すると流体分子の運動が激しくなり、流体分子凝集力が減少するので、粘性は低下し、また、温度が低下すると、流体分子の運動が減少して凝集力が増大するので、粘度は上昇するのである。

流動特性

流動特性は、ずり応力(剪断応力)とずり速度(剪断速度)の関係を表わす流動曲線 flow curve である。一般に、流体は剪断応力を加えると種々の性状の流動や変形を呈する。円筒管(血管)を流れる定常な層流において、軸方向の速度成分 u は、図2の円筒座標 (r, u_z) を考えると、位置 r のみの関数となる。すなわち、円筒管(血管)を流れる層流において、上記の円筒管座標 (r, u_z) を考えて、その一点におけるずり応力 τ とずり速度 $\dot{\gamma}$ についてずり変形を考えれば、速度勾配、軸方向の速度 u 、微小変化 du と $du/dy = \dot{\gamma} = -du/dr$ の比はずり速度に比例し、単位は sec^{-1} である。

したがって、 r の位置におけるずり応力 τ と速度勾配との比をとれば、流動特性的な指標である粘度 η が求められる。

$$\eta = \frac{\tau}{du/dr} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \dots\dots\dots(7)$$

換言すると、ずり速度(剪断速度) $\dot{\gamma}$ は、ずり応力の関数 $\dot{\gamma} = f(\tau)$ で示され、粘度は、ずり応力とずり速度の比で示される。

レオロジーで取扱われる流体モデルは色々(図3)

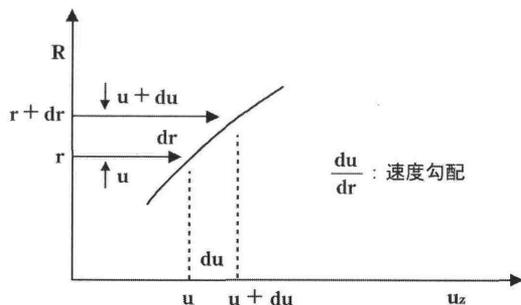


図2 円筒座標 (r, u_z)

円筒座標 (r, u_z) における速度勾配 du/dr は流体のずり速度に相当する。

で、それぞれの流動特性によって、流体の特徴が定まる。その特徴をみると、完全流体は粘度をもたない理想流体で現実には存在しない。これに対して、粘性を有する流体を粘性流体と呼び、それぞれ特有の粘性をもつ流体が各種存在する(表1)。粘性流体は、Newton の粘性の法則⁶⁾が成立するNewton 流体と粘性法則が成立しない非ニュートン流体⁷⁾(mon-Newtonian fluid)に分類される。Newton 流体の流動曲線は原点を通る直線である。これに対して、流動特性が原点を通る曲線となるのは、ダイラタント Dilatant 流体、Power Law 流および擬塑性流体である(図4)。塑性流体の流動特性は、降伏応力を有し、上に凸または凹なる曲線を呈する。降伏応力を有し、流動特性が直線となるもの

を、Bingham 流体、曲線となるものを非 Bingham 流体という。さらに、降伏応力 τ_{cy} を有し、流動特性が直線なるものは、Casson 流体^{8,9)}と呼ばれ、Casson⁸⁾や Copley⁹⁾は血液の流動特性に近いことを提唱している。各種流体の流動曲線を比較してみる(図3)。

① Newton 流体

$$f(\tau) = \frac{1}{\eta_N} \tau \quad \dots\dots\dots (8)$$

② Bingham 流体

$$\left. \begin{aligned} f(\tau) &= \frac{1}{\eta_B} (\tau - \tau_{By}) && \tau > \tau_{By} \\ f(\tau) &= 0 && 0 < \tau \leq \tau_{By} \end{aligned} \right\} \dots\dots (9)$$

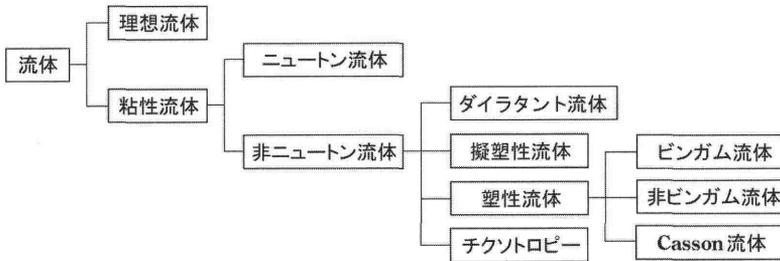


図3 流体の物理学的分類

表1 流体の種類と代表的な例

種類	レオロジー特性	代表的実例
完全流体	粘性がない理想的な非粘性流体(理想流体)	想像の流体
粘性流体	粘性をもった流体	ニュートン流体と非ニュートン流体の総称
ニュートン流体	ニュートン粘度 η_N を有し、粘性の法則が成り立つ流体	血清、食塩溶液、アルコール、グリセリン、水
非ニュートン流体	ニュートン粘性法則が成立しない粘性流体	ニュートン流体以外の総称
ダイラタント流体	ずり速度の増加に伴い粘度が増加する流体	澱粉水溶液、サスペンション、塗料、流砂
擬塑性流体	ずり速度の増加に伴い粘度が減少する流体	コロイド溶液、エマルジョン、ラッカ、ワニス、染料
塑性流体	ずり速度が増加し、降伏応力 τ_y 以上で流動する	ビンガム流体、非ビンガム流体、Casson 流体が含まれる。
ビンガム流体	降伏応力以上の流動で、 τ と $\dot{\gamma}$ が直線関係	トマトケチャップ、卵白、固体粒子の懸濁液
非ビンガム流体	降伏応力以上の流動で、 τ と $\dot{\gamma}$ が非直線関係	印刷インキ、ペイント、血液、塗料、こんにやく製粉
Casson 流体	Casson 降伏応力を有し、 $\dot{\gamma} = \frac{1}{\eta_c} (\sqrt{C} - \sqrt{\tau_{cy}})^2$	血液(Casson, Copley)、顔料
チクソトロピー	ずり速度の増加過程と減少過程にヒステレーシスがある	グリース、半田ペースト、粘度サスペンション、ココア

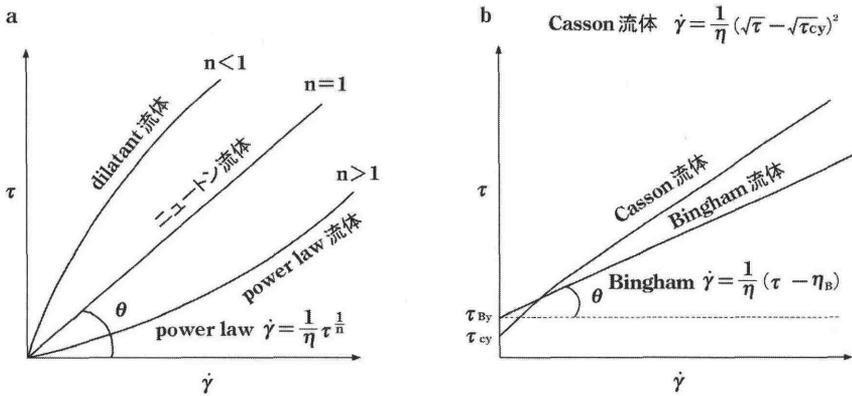


図4 非ニュートン流体の流動性特性

- A: 非ニュートン流体. ずり応力 τ とずり速度 $\dot{\gamma}$ の比が1とならない($\tau/\dot{\gamma} \neq 1$)流体. $\tau/\dot{\gamma} = 1$ の場合をニュートン流体という.
- B: 塑性流体. ある降伏値以上の応力が生じた場合に初めて変形が生じる流体.

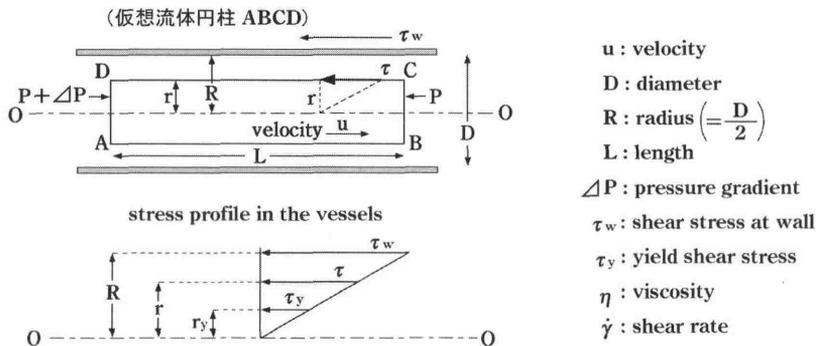


図5 円筒管内の血流動態

③ Casson 流体

$$\left. \begin{aligned} f(\tau) &= \frac{1}{\eta_c} (\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau_{cy}})^2 \\ f(\tau) &= 0 \quad 0 < \tau \leq \tau_{cy} \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

④ Power Law 流体

$$f(\tau) = \frac{1}{\eta_p} \left(\frac{1}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (11)$$

⑤ ダイラタント Dilatant 流体

$$f(\tau) = \frac{\tau^m}{\eta_D} \dots\dots\dots (12)$$

これらの流動曲線(図4)において, Newton 粘度 η_N を除くその他の流体の粘度はいずれも見かけの粘度 apparent viscosity であり, η_B は Bingham 粘度, η_c は Casson 粘度, η_p は Power Law 粘度, η_D は Dilatant 粘度である. 血液の流動特性を, Bingham モデル, Casson モデル, Power Law (指数則) モデ

ルのいずれで代表させるかについては, 温度や流速などの物理的条件, 変形速度やずり応力などのレオロジー的条件および赤血球変形能, Ht などの生物学的条件によって異なる. 高い変形速度の領域では, 塑性流体の Casson モデルも, 擬塑性モデルの Power Law モデルでも, Bingham 流体に近くなる. 逆に低い変形速度の領域では, Casson^{8~10)} モデルは Bingham モデルに, Power Law モデルは Newton モデルに近くなる.

Stokes の式

円筒管内の流体円柱(図5)にかかる力のバランスを考えると, 次式となる.

$$\pi r^2(P + \Delta P) - 2\pi rL\tau = \pi r^2P$$

上式を整理すると, 下記の式が得られる.

$$\tau = \frac{\Delta P}{2L} r \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\tau_w = \frac{\Delta P}{2L} R \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\tau = \frac{\tau_w}{R} r \quad \dots\dots\dots (15)$$

壁面のずり応力 τ_w は式(13)となり、式(13)と式(12)の比からずり応力 τ は式(15)で表わせる。

速度分布

円筒管内に円筒座標(r, u_z)を考え、円筒管軸方向の速度成分 u は半径の位置 r のみの関数となる。

$$\dot{\gamma} = -\frac{du}{dr} = f(\tau)$$

この式を壁面における $\dot{\gamma}$ が無いという条件で積分すると次式が得られる。

$$u = \int_r^R f(\tau) dr \quad \dots\dots\dots (16) \ast$$

式(16)について、 r が τ へ変数変換すると、次式が導かれる。

$$u = \frac{R}{\tau_w} \int_r^R f(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (17) \ast$$

ところで、ニュートン流体の速度分布は管壁 $y = R$ では $u = 0$ 、円筒中心軸では u は最大 u_{max} となる。降伏応力 τ_y を有する塑性流体では、栓半径 r_y を有し、 $r \leq r_y$ では $u = 0$ となり、栓流を生じる(図6)。

流量と平均速度

流量 Q は、下記のごとく積分して求める。

$$Q = \int_0^R u \cdot 2\pi r dr \quad \dots\dots\dots (31)$$

式(31)について部分積分を行うと次式となる。

$$Q = [\pi r^2 u]_0^R - \int_0^R \pi r^2 \left(\frac{du}{dr} \right) dr$$

管壁において $\dot{\gamma}$ が無いという条件、すなわち、 $r = R$ のとき $u = 0$ とすれば、 $[\pi r^2 u]_0^R = 0$ となり、次式が導かれる。

$$Q = \int_0^R \pi r^2 f(\tau) dr \quad \dots\dots\dots (32) \ast$$

さらに $r = \tau R / \tau_w$ および $dr = d\tau R / \tau_w$ を用いて、式(32)を r から τ へ変数変換すれば、式(33)が得られる。

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (33) \ast$$

流動曲線が既知であれば、 τ_w は式(14)の $\tau_w = R \Delta P / 2L$ から算定できるので、この式によって圧力損失 ΔP と流量 Q の関係が導かれる。式(16)※と式(17)※および式(32)※と式(33)※は、速度分布と流量を示す基本的ならびに重要なレオロジー方程式である。

A. Newton 流体

Newton 流体が半径 R の円筒管を定常な層流をなして流れる場合、流量 Q は、式(33)と式(8)から次式が得られる。

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \frac{\tau^3}{\eta_N} d\tau = \frac{\pi R^3}{4 \eta_N} \tau_w \quad \dots\dots (34)$$

また、 $\tau_w = R \Delta P / 2L$ であるから、これを上式に代入すると式(35)となり、これがいわゆる Hagen-Poiseuille の式である。

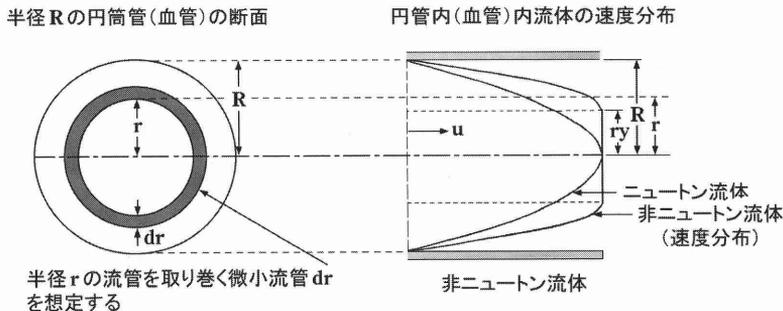


図6 円筒管(血管)内における流体の流れ

R: 円管の半径, r: 流管の半径, dr: 流管 r を取り巻く微小流管, ry: 非ニュートン流体の降伏応力の栓半径, u: 速度分布

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta_N L} \dots\dots\dots (35)$$

したがって、Newton 流体の平均速度 u_m は式(35)から式(36)として求められる。

$$u_m = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{\tau_w R}{4 \eta_N} \dots\dots\dots (36)$$

また、式(18)と式(36)から u/u_m の比は $2(1 - (r/R)^2)$ となるので、次式が成立する。

$$u = 2 u_m \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (37)$$

B. Bingham 流体

半径 R の円筒管を流れる Bingham 流体の流量 Q は、式(9)と式(33)から次式が得られる。

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \frac{1}{\eta_B} (\tau - \tau_{By}) \tau^2 d\tau$$

$\tau = r \tau_w / R$ および $\tau_{By} = r_B \tau_w / R$ を上式に代入する。ただし、 r_B は Bingham 流体の栓半径である。

$$Q = \frac{\pi R^3}{\eta_B \tau_w^3} \int_{r_B}^R \left[\left(\frac{\tau_w r}{R} \right)^3 - \frac{\tau_w r_B}{R} \left(\frac{\tau_w r}{R} \right) \right] dr$$

ここで積分方程式を解き整理すれば次式となる。

$$Q = \frac{\pi R^3}{4 \eta_B} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{r_B}{R} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{r_B}{R} \right)^3 \right] (\tau > \tau_{By}) \dots\dots (38)$$

$$Q = 0 \quad (\tau \leq \tau_{By})$$

平均速度 u_m は、 $u_m = Q / \pi R^2$ で求められるので、次式で表わされる。

$$u_m = \frac{R \tau_w}{4 \eta_B} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{r_B}{R} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{r_B}{R} \right)^3 \right] (\tau > \tau_{By}) \dots\dots (39)$$

$$u_m = 0 \quad (\tau \leq \tau_{By})$$

$\tau_w = \Delta P / 2L$ および $\tau_{By} / \tau = r_B / r$ であるから、式(38)より、 $Q - \Delta P$ 曲線は式(42)の漸近線を有する。

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta_B L} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_{By}}{\tau} \right) \right] \dots\dots\dots (40)$$

この $Q - \Delta P$ の漸近線から Bingham 粘度と降伏値を求めることができる。

C. Casson 流体

Scatt Blair と Copley は、Casson モデルが人間および牛の血液の流動特性に当て嵌まることを報告した。 $\sqrt{\dot{\gamma}} = \sqrt{f(\tau)}$ を $\sqrt{\tau}$ に対してプロットすれば、

直線が得られ、Casson プロットと呼ばれている。

Casson 流体の流量 Q は、式(10)および式(33)から次式が得られる

$$Q = \frac{\pi R^3}{\eta_c \tau_w^3} \int_0^{\tau_w} (\tau - 2\sqrt{\tau_{cy}} \sqrt{\tau} + \tau_{cy}) \tau^2 d\tau$$

上記の積分方程式を解いて、 $\tau = \tau_w / R$ および $\tau_{cy} = r_c \tau_w / R$ を用いて τ から r へ変数変換して整理すると次式が得られる。ただし、 r_c は Casson 流動の栓半径である。

$$Q = \frac{\pi R^3 \tau_w}{4 \eta_c} \left[1 - \frac{16}{7} \sqrt{\frac{r_c}{R}} + \frac{4}{3} \left(\frac{r_c}{R} \right) - \frac{1}{21} \left(\frac{r_c}{R} \right)^3 \right] (\tau > \tau_{cy}) \dots\dots (41)$$

$$Q = 0 \quad (\tau \leq \tau_{cy})$$

また、 $\tau \leq \tau_{cy}$ ならば、流量 Q は $Q = 0$ である。

平均速度 u_m は $u_m = Q / \pi R^2$ であるから、式(43)から次式が導かれる。

$$u_m = \frac{R \tau_w}{4 \eta_c} \left[1 - \frac{16}{7} \sqrt{\frac{r_c}{R}} + \frac{4}{3} \left(\frac{r_c}{R} \right) - \frac{1}{21} \left(\frac{r_c}{R} \right)^3 \right] \dots\dots (42)$$

式(45)について、右辺を $\sqrt{r_c/R}$ で展開して、 $r < R$ とすれば、 $\tau_w = \Delta P / 2L$ を用いて次式が得られる。

$$\sqrt{Q} = \sqrt{\frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta_c L}} \left[1 - \frac{8}{7} \sqrt{\frac{\tau_{cy}}{\tau}} \right] \dots\dots (43)$$

式(48)なる漸近線が $\sqrt{Q} - \sqrt{\Delta P}$ で表わされることになり、これから Casson 粘度 η_c と応力の降伏値 τ_{cy} を求めることができる。

D. Bingham 流体と Casson 流体の見かけの粘度

Bingham 流体と Casson 流体の相対栓半径 r_B/R と r_c/R とをそれぞれ a_B , a_c とすれば、流量 Q_B と Q_c は下記の式で示される。

$$Q_B = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta_B L} \left(1 - \frac{4}{3} a_B + \frac{1}{3} a_B^3 \right) \dots\dots (44)$$

$$Q_c = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta_c L} \left(1 - \frac{16}{7} \sqrt{a_c} + \frac{4}{3} a_c - \frac{a_c^3}{21} \right) \dots\dots (45)$$

ただし、 $a_B = r_B/R = \tau_{By} / \tau_w$, $a_c = r_c/R = \tau_{cy} / \tau_w$ である。したがって、それぞれの係数を F_B と F_c とすれば、下記のごとくなる。

$$F_B = 1 - \frac{4}{3} a_B + \frac{1}{3} a_B^3 \dots\dots\dots (46)$$

$$F_c = 1 - \frac{16}{7} \sqrt{a_c} + \frac{4}{3} a_c - \frac{1}{21} a_c^3 \dots\dots (47)$$

Newton 流体の場合は, $F_N=1$, $a_N=0$ であるから, Hagen-Poiseuille の式にならって下記のごとく展開すれば, Bingham 流体, Casson 流体について一般化できる.

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta L} F(a) \dots\dots\dots (48)$$

見かけの粘度 η_a を $\eta_{aB} = \eta_B/F_B$, $\eta_{aC} = \eta_C/F_C$ と定義すれば, 次式で表わせる.

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta_a L} \dots\dots\dots (49)$$

E. Power Law 流体(指数則モデル)

Power Law モデルの流量 Q は, 式(13)および, 式(33)と式(11)から下記の式で求められる.

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \left(\frac{\tau}{k} \right)^{\frac{1}{n}} d\tau$$

上式を $\tau = r \tau_w/R$ を用いて τ から r へ変数変換して整理すると, 次式が導かれる.

$$Q = \frac{n \pi R^3}{3n+1} \left(\frac{\tau_w}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (50)$$

ここで, $\tau_w = \Delta PR/2L$ を代入すると次式になる.

$$Q = \frac{n \pi R^3}{3n+1} \left(\frac{\Delta PR}{2Lk} \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (51)$$

平均速度 $u_m = Q/\pi R^2$ であるから次式が得られる.

$$u_m = \frac{nR}{3n+1} \left(\frac{\tau_w}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots\dots (52)$$

式(30)と式(54)から, u と u_m の関係式が導かれる.

$$u = u_m \left(\frac{3n+1}{n+1} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \dots\dots\dots (53)$$

最大速度 u_{max} は u_m を用いて次式で得られる.

$$u_{max} = \left(\frac{3n+1}{n+1} \right) u_m \dots\dots\dots (54)$$

したがって, ΔP は下記の式で求められる.

$$\Delta P = \frac{2Lk}{R} \left(\frac{3n+1}{n+1} \right)^n u_{mean} \dots\dots\dots (55)$$

式(55)は $n=1$ のとき Hagen-Poiseuille の式と一致する.

F. Dilatant 流体

Dilatant 流体の流量について, 式(12)および式(33)から次式が導かれる.

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \frac{\tau^n}{\eta_D} d\tau$$

上式を整理すると, 下記の式になる.

$$Q = \frac{\pi R^3 \tau_w^n}{\eta_d (n+3)} \dots\dots\dots (56)$$

また, 式(14)を用いて τ から r へ変数変換すると, 次式が導かれる.

$$Q = \frac{\pi}{\eta_d} \left(\frac{\Delta P}{2L} \right)^n \frac{R^n}{(n+3)} \dots\dots\dots (57)$$

平均速度 u_m は, 流量 Q を断面積 πR^2 で除して求められる.

$$u_m = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{R \tau_w^n}{\eta_d (n+3)} \dots\dots\dots (58)$$

また, $\tau_w = \Delta PR/2L$ を用いて τ から r へ変数変換すると, 次式が導かれる.

$$u_m = \frac{R^{n+1}}{\eta_d (n+3)} \left(\frac{\Delta P}{2L} \right)^n \dots\dots\dots (59)$$

ここで, u_m と R の比は $u_m/R = \tau_w/\eta_d (n+3)$ となる. これから log-log の関係を求めると次式となる.

$$\log \left(\frac{u_m}{R} \right) = n \log(\tau_w) - \log(n+3) \eta_d \dots\dots (60)$$

また, 式(14)および $D=2R$ の関係を用いて, log-log の関係を求めると次式となる.

$$\log \left(\frac{2u_m}{D} \right) = n \log \left(\frac{\Delta PD}{4L} \right) - \log(n+3) \eta_d \dots\dots (61)$$

$2u_m/D$ と $\Delta PD/4L$ を log-log グラフにプロットすると, その勾配から次式で求められる.

$$\eta_D = \log \frac{8L u_m - PD^2}{4DL} \dots\dots\dots (62)$$

血管内壁面ずり速度とレオロジー

人間の体循環において, 各部位の動脈や静脈における血管内径 D および血流速度 u が判っており, かつ血流が Poiseuille の法則に従う Poiseuille 流と仮定すれば, 各血管における壁面ずり速度 $\dot{\gamma}_w$ は, 次式によって求められる.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{\tau_w}{\eta} = \frac{32Q}{\pi D^3} = \frac{32 \pi D^2}{4 \pi D^3} = \frac{8u}{D} \dots\dots (63)$$

また, 血管断面の平均速度 $\dot{\gamma}_{wm}$ は次式で求められる.

$$\dot{\gamma}_{wm} = \int_0^R 2 \pi r \left(\dot{\gamma} \frac{r}{R} \right) dr / \pi R^2 \dots\dots\dots (64)$$

血液粘度を 3.5mPs とすれば、血管の壁面ずり応力 τ_w は、式 (65) で得られる。

$$\tau_w \doteq 0.035 \dot{\gamma}_w \dots\dots\dots (65)$$

式 (66) から導かれた壁面ずり速度 $\dot{\gamma}_w$ は式 (66) で求められる。

$$\dot{\gamma}_w \doteq 28.57 \tau_w \dots\dots\dots (66)$$

式 (65) および式 (66) によって算定した結果は表2のごとくなるが、血液はニュートン流ではなく、血液は定常流ではないので、Poiseuille 流とはいえない。したがって、表2 に示すデータは必ずしも正確な値とは言えないが、それに近い値と見做されるので、参考になるであろう。

血管の壁面ずり応力と NO 産生

血液が層流をなして血管内を流れ、血流層の間に迂りを有する場合、流速 u が大きくなればなるほど、壁面ずり応力は増大する。壁面ずり応力 τ_w が増大すればするほど、血管内波からの NO 放出

が増大する(図7)¹¹⁾。血管内皮細胞から放出される endogenous NO や PG I₂ は血管を拡張し¹²⁾、好中球や血小板の凝集¹³⁾と粘着および atherogenesis を防止するといわれているが、これには血管内皮由来拡張因子[EDRF]¹⁴⁾である NO の役割が大きいといわれている。NO は NO 合成酵素によって産生される。NO 産生亢進に大きく関係するのは、血流上昇に伴って惹起される壁面ずり応力の増大であり、血管内皮細胞の機能の亢進をもたらす^{15~18)}。

NO の放出について見ると、血液中の最高 NO 濃度は、壁面ずり応力が増大してもほぼ一定のレベルを維持するが、NO 放出率はずり応力の大きさに比例する(図7)¹¹⁾。すなわち、NO 放出率が高ければ、血管拡張も増大する。冠動脈バイパス術(CABG)について見ると、左内胸動脈グラフト(LITA)の壁面ずり応力 τ_w は大伏静脈グラフト(SVG)の4~6倍も大きく、その持続はLITAの拡張に対して大きな役割を演じ^{19~21)}、これが長期に

表2 ヒトの体循環におけるレオロジーパラメータ

	D (cm)	v (cm/sec)	$\dot{\gamma}$ (1/sec)	τ_w (dyne/cm ²)	Re (-)
上行大動脈	2.0~3.2	63	190	6.7	3600~5800
下行大動脈	1.6~2.0	27	120	4.2	1200~1500
太い動脈	0.2~0.6	20~50	700	25	110~850
毛細血管	0.0005~0.001	0.05~0.1	800	28	0.0007~0.003
太い静脈	0.5~1.0	15~20	200	7.0	210~570
大動脈	2.0	11~16	60	2.1	630~900

D : 血管径, v : 血液の平均流速, $\dot{\gamma}$: ずり速度, τ_w : 壁面ずり応力,
Re : レイノルズ数 (Re = vD/η)

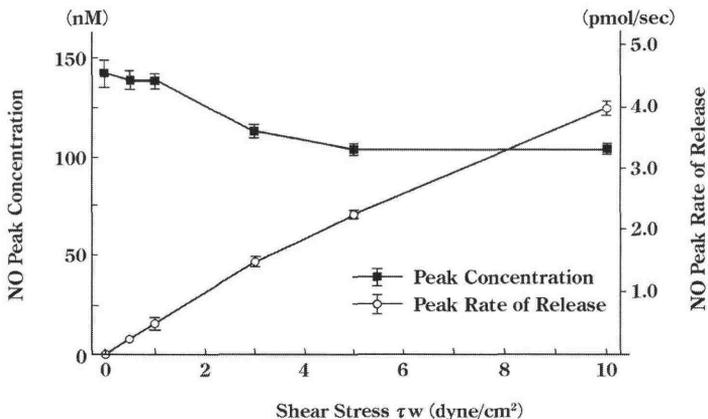


図7 The changes in the Peak Rate of Release NO and Peak Concentration of NO at Various Levels of Shear Stress¹¹⁾.

亘って高い開存率を示す要因の一つと考えられる。

おわりに

循環系は、臓器や末梢組織に対する O_2 輸送系として、瞬時たりとも休むことなく働き続けている。心臓は、1分間に5l、1日に約7.8トンの血液を全身に対して送血し、1年間では約2850トンの血液を送血しているわけである。実に、1年間に10トントラック285台分以上の血液を輸送することになる。また、体循環系の大動脈、太い動脈および太い静脈はずり速度が100以上と比較的大きいので、ずり応力 τ とずり速度 $\dot{\gamma}$ はほぼ直線関係にあり、Newton流体に近い挙動をなしていると推定される。しかし、毛細血管の内径は赤血球の径7 μ mより小さいので、血流としては流れることはないといわれている。すなわち、赤血球は静止状態においては両面陥凹型(biconcave disc)を呈しているが、毛細血管内を通過するときは、毛細血管の内径に合わせて細い流線型の弾丸状となって通過する。しかも、弾丸状の赤血球と血漿が交互に流れるという特異な様相を呈する。これは混相流といわれているが、どのような流動特性を呈するかについては不明である。混相流に大きく影響するのは、赤形球の変形能と血漿粘度である。

文 献

- Chien S, Usami S, Taylor HM, et al: Effects of hematocrit and plasma proteins on human blood viscosity at low shear rates. *J Appl Physiol* 1966; 21: 81-7.
- Nicolaides AN, Bower R, Horbourne T, et al: Blood viscosity, red-cell flexibility, hematocrit and plasma-fibrinogen in patients with angina. *Lancet* 1977; 2: 943-5.
- 小川浩平, 谷口興一: 血液流動特性の測定と問題点. *循環制御* 1990; 11: 311-9.
- 谷口興一: 微小循環の血液レオロジー. *呼と循* 1989; 37: 705-15.
- Krieger IM, Maron SH: Direct determination of the flow curves of Non-Newtonian fluids. *J App Physiol* 1952; 23: 147-9.
- Newton I: *Philosophie Naturalis Principa Mathematica*. 1687.
- Scott Blair GW: An equation for the law of blood. Plasma and serum through glass capillary. *Nature* 1959; 183: 613-4.
- Casson N: A flow equation for pigment-oil suspensions of the printing ink type. In: Mill CC, editor. *Rheology of Disperse Systems*. Chapter 5, London: Pergamon; 1959. p.84-104.
- Copley AL, Scott Blair GW, Glover EA: Capillary flow and wall adherence of porcine blood and serum in contact with glass and fibrine surface. *Kolloid Z* 1960; 168: 101-7.
- Chien S: Biophysical behavior of red cells in suspension. In: Surgenor DM, editor. *The Red Blood Cells*. 2nd ed. Vol 2. New York: Academic Press; 1975. p.1031-3.
- Kanai AJ, Strauss HC, Truskey GA, et al: Shear stress induces, ATP-independent transient nitric oxide release from vascular endothelial cells, measured directly with a porphyrinic microsensor. *Circ Res* 1995; 77: 284-93.
- Olesen SP, Clapham DE, Davies PF: Hemodynamic shear stress activates a K^+ current in vascular endothelial cells. *Nature* 1988; 331: 168-70.
- Chello M, Mastroberobert P, Perticone F, et al: Nitric oxide modulation of neutrophil-endothelial interaction: difference between arterial and venous coronary bypass grafts. *J Am Coll Cardiol* 1998; 31: 823-6.
- Person PJ, Evora PRB, Schaff HV: Bioassay of EDRF from internal mammary arteries: implications for early and late bypass patency. *Ann Thorac Surg* 1992; 54: 1078-84.
- Miller VM, Burnett JC: Modulation of NO and endothelin by chronic increases in blood flow in canine femoral arteries. *Am J Physiol* 1992; 263: H103-8.
- Davies PF, Tripathi SC: Mechanical stress mechanisms and the cell. An endothelial paradigm. *Circ Res* 1993; 72: 239-45.
- Busse R, Miilsch A, Fleming I, et al: Mechanisms of nitric oxide release from the vascular endothelium. *Circulation* 1993; 87(Suppl V): V18-25.
- Malinski T, Taha Z, Grunfeld S, et al: Diffusion of nitric oxide in the aorta wall monitored in situ by porphyrinic microsensors. *Biochem Biophys Res Commun* 1993; 193: 1076-82.
- 谷口興一: 冠動脈疾患の臨床レオロジー. *日本バイオレオロジー誌* 2000; 14: 1-8.
- 谷口興一, 金子達夫: 冠動脈バイパスグラフトのレオロジー. *日臨床生理誌* 2000; 30: 185-91.
- 谷口興一: 循環系レオロジーの臨床. *循環制御* 1998; 19: 267-73.